Correct° chute libre

Système d'étude Balle

Référentiel Terrestre supposé galiléen

Bilan des Forces $\vec{P}$ poids

conditi°s initiales $\vec{v_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{OM_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix}$

accélérat°

on applique le principe fondamental de la dynamique

$$\sum \vec{F_{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

$$\cancel{m}\vec{g} = \cancel{m}\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

vitesse

Primitive $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} \rightarrow \vec{v} = \begin{pmatrix} C_1 \\ -gt + C_2 \end{pmatrix}$

conditi°s initiales

à $t = 0$ $\vec{v} = \begin{pmatrix} C_1 \\ -g \times 0 + C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

donc $C_1 = 0$ et $C_2 = 0$

Remplacement

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -gt \end{pmatrix}$$

Posit°

Primitive $\vec{OM}$ $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -gt \end{pmatrix} \rightarrow \vec{OM} = \begin{pmatrix} C_3 \\ -\frac{1}{2} g t^2 + C_4 \end{pmatrix}$

conditi°s initiales

$$\vec{OM} = \begin{pmatrix} C_3 \\ -\frac{1}{2} g\, 0^2 + C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix}$$

donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$

Remplacement

$$\vec{OM} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} g t + h \end{pmatrix}$$

Trajectoire

il y en a pas car le mvt s'effectue sur 1 seul coordonnée

~~*~~ au moment où la balle touche le sol $y = 0$ donc

$$y = -\frac{1}{2} g t_g^2 + h = 0$$ avec t_g l'instant de l'impact

$$+\frac{1}{2} g t_g^2 = h$$

$$g t_g^2 = 2h.$$

$$\boxed{t_g = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

on remplace t par t_g dans $\vec{v}$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g t_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \times \sqrt{\frac{2h}{g}} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{\frac{2hg^{\cancel{2}}}{\cancel{g}}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{2gh} \end{pmatrix}$$

Calculons sa norme

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$= \sqrt{0 + \left(-\sqrt{2gh}\right)^2}$$

$$\boxed{v = \sqrt{2gh}}$$