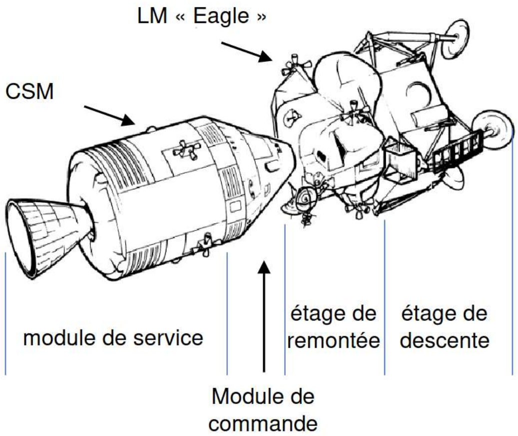
EXERCICE CHAPITRE SATELLISATION

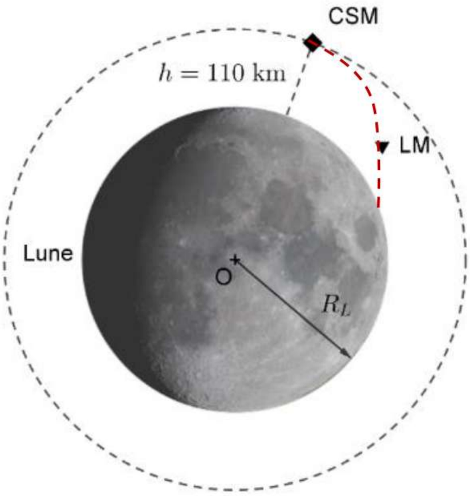
Exercice 1. <u>En orbite autour de la Lune</u>

Le 16 juillet 1969, la fusée Saturne V quitte Cap Canaveral (USA). Quelques heures plus tard, trois astronautes se retrouvent dans le module de commande CSM, arrimé au module lunaire LM « Eagle ».
Arrivés en orbite lunaire, N. Armstrong et B. Aldrin pénètrent dans le LM « Eagle » qui se détache du CSM où ne reste que M. Collins.

Données :

- masse de la Lune : $M_L = 7{,}34 \times 10^{22}\,kg$;
- rayon de la Lune : $R_L = 1{,}74 \times 10^3\,km$;
- constante de gravitation : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$;
- champ de pesanteur lunaire : $g_L = 1{,}6\,N \cdot kg^{-1}$.





Le CSM est en orbite supposée circulaire autour de la Lune à une altitude de 110 km. Le LM « EagIe » descend vers la Lune. Il est alors à plus de 350 000 km de la Lune.

L’étude qui suit se fait dans le référentiel lunocentrique supposé galiléen. On ne tient compte que de l’action de la Lune sur le CSM.

Q1. Reproduire le schéma précédent en indiquant la direction dans laquelle se situe le Soleil par rapport à la Lune.

Q2. Représenter sur ce schéma, sans souci d’échelle, le vecteur force qui permet au CSM de rester en orbite circulaire autour de la Lune.

Q3. Montrer, en appliquant la deuxième loi de Newton, que l’accélération du CSM est indépendante de sa masse.

Q4. En déduire l’expression de la vitesse v du CSM en fonction de G, M_L, h et R_L.

Q5. Établir la relation donnant la période de révolution T du CSM : $T^2 = \dfrac{4\pi^2 (R_L + h)^3}{G M_L}$.

Q6. Calculer la période de révolution T en heure.

Q7. M. Collins, en orbite autour de la Lune, perd le contact radio avec la Lune pendant une durée d’environ 50 min au cours de chaque révolution. Sans estimer cet ordre de grandeur, proposer une explication à ce phénomène en s’appuyant sur un schéma commenté.

Exercice 2. <u>Le déploiement des CSMs Starlink</u>

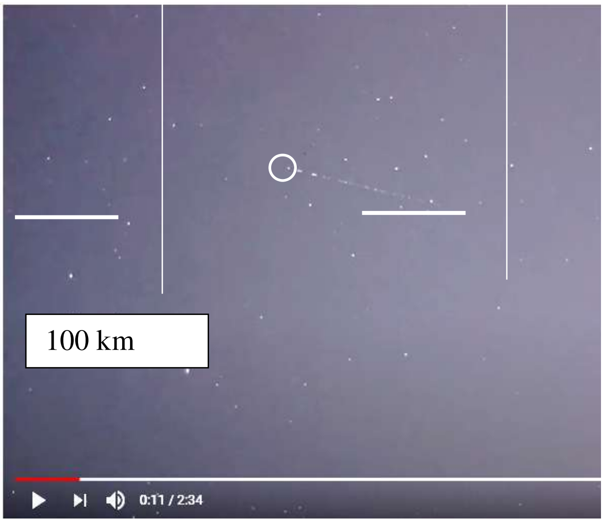
Le projet Starlink vise à fournir un accès Internet à la totalité de la population mondiale grâce à une flotte de plusieurs milliers de CSMs. Ces CSMs sont plats et compacts, ils n’utilisent qu’un seul panneau voltaïque. Ils sont dotés de quatre antennes puissantes, assurant un fort débit.
« D’après Starlink.com, wikipedia et futura-sciences ».
Les CSMs Starlink sont transportés dans une fusée Falcon 9, puis déployés les uns derrière les autres à une altitude d’environ 400 km. Ils rejoignent ensuite leur orbite finale en utilisant leur propulseur ionique.
L’exercice porte sur l’étude du mouvement d’un CSM Starlink.

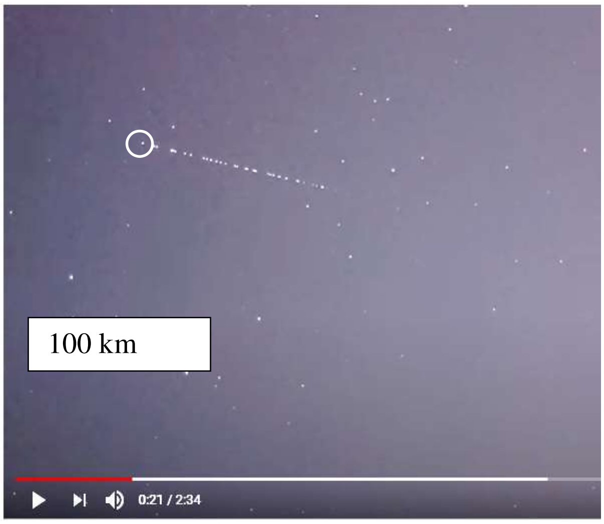
Données :

- constante universelle de gravitation : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$;
- masse de la Lune : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}\ kg$;
- rayon moyen de la Lune : $R_T = 6371\ km$;

Doc 1. Passage du « train Starlink3 »

Passage du « train Starlink3 »au-dessus de la Nouvelle-Zélande le 31 Janvier 2020 à 22 h 04 min 11 s et 22 h 04 min 21 s





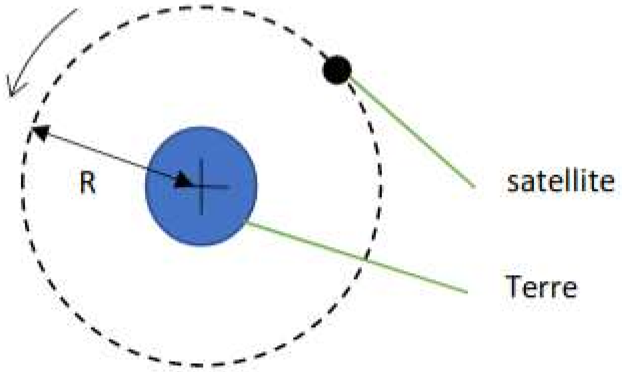
(D'après Astrofarmer Imaging NZ https://www.youtube.com/watch?v=4LzkYrrj5Wg:)

Les CSMs sont largués de manière à se suivre les uns derrière les autres. Ils forment ainsi dans le ciel un segment de points lumineux appelé « train ». On suppose, pour simplifier que le mouvement des CSMs est rectiligne uniforme pendant la durée d'observation. Le cercle blanc identifie la tête du train.

Q1. Exploiter les clichés datés du ciel pour estimer la valeur de la vitesse de la tête du train de CSMs.

Dans le référentiel géocentrique, le mouvement d'un CSM Starlink peut être modélisé par un mouvement circulaire, de rayon R, à la vitesse v.

Q2. Reproduire le schéma en y faisant figurer la base de Frenet et donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ d'un CSM dans le repère de Frenet.



Q3. Établir que le mouvement circulaire du CSM est uniforme.

Q4. Donner l'expression de la vitesse v du CSM en fonction de G, M_T et R.

Q5. Calculer la valeur de la vitesse pour l'altitude $h = 380\ km$.

Q6. Proposer au moins une raison permettant d'expliquer un éventuel écart entre les valeurs des vitesses obtenues aux questions 1 et 4.

Au cours de sa révolution, un CSM n'utilise pas son propulseur, son mouvement est simplement assujetti à l'attraction gravitationnelle et il vérifie la 3e loi de Kepler : $T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} \cdot R^3$ avec la période T et le rayon de l'orbite R.

Q7. Retrouver la 3e loi de Kepler : $T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} \cdot R^3$ en partant de l'expression de la vitesse.

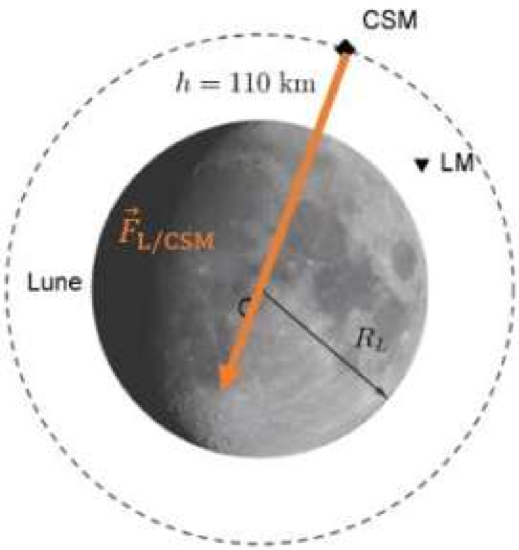
Q8. Starlink respectent la condition pour qu'un CSM soit géostationnaire. Déterminer la valeur de la période de révolution T et proposer une définition du terme de géostationnaire.

CORRECTION DES EXERCICES MOUVEMENT CSM

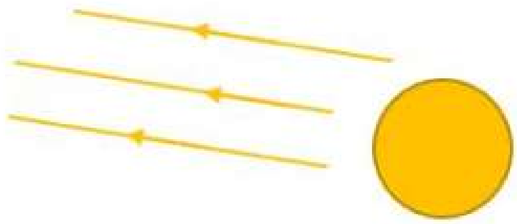
Exercice 1. **En orbite autour de la Lune**

Q1.

Q2.



Le Soleil se situe du côté de la face éclairée de la Lune.



Q3. système : CSM
référentiel Lunaire supposé galiléen
bilan des forces : Force gravitationnelle

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m_{CSM}\vec{a}$$

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = \overrightarrow{F_G} = m_{CSM}\vec{a}$$

$$-G\frac{m_{Lune}m_{CSM}}{(R_L+h)^2}\vec{u} = m_{CSM}\vec{a}$$

$$\vec{a} = -G\frac{m_{Lune}}{(R_L+h)^2}\vec{u} \rightarrow \vec{a} = G\frac{m_{Lune}}{(R_L+h)^2}\vec{n}$$

On remarque que l'accélération ne dépend de la masse du satellite m_{CSM}.

Q4. dans un mouvement circulaire uniforme $\vec{a} = \frac{v^2}{(R_L+h)}\vec{n}$

$$\vec{a} = \frac{G\,m_{Lune}}{(R_L+h)^2}\vec{n} = \frac{v^2}{(R_L+h)}\vec{n}$$

$$\frac{v^2}{(R_L+h)} = \frac{G\,m_{Lune}}{(R_L+h)^2}$$

$$v^2 = \frac{G\,m_{Lune}\times(R_L+h)}{(R_L+h)^2}$$

$$v^2 = \frac{G\,m_{Lune}}{(R_L+h)}$$

$$v = \sqrt{\frac{G\,m_{Lune}}{(R_L+h)}}$$

Q5.

$$v=\frac{périmètre}{durée\ tour}=\frac{2\pi(R_L+h)}{T}$$
$$v^2=\frac{Gm_{Lune}}{(R_L+h)}=\frac{4\pi^2(R_L+h)^2}{T^2}$$
$$Gm_{Lune}\times T^2=4\pi^2(R_L+h)^2$$
$$T^2=\frac{4\pi^2\times(R_L+h)^2\times(R_L+h)}{Gm_{Lune}}$$
$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2\times(R_L+h)^3}{Gm_{Lune}}}$$
$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2\times(1{,}74\times10^3\times10^3+110\times10^3)^3}{6{,}67\times10^{-1}\times7{,}34\times10^{22}}}=1{,}98\,h=1\,h\,88\,min\,48\,s$$

Q6.

$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2\times(R_L+h)^3}{Gm_{Lune}}}$$
$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2\times(1{,}74\times10^3\times10^3+110\times10^3)^3}{6{,}67\times10^{-1}\times7{,}34\times10^{22}}}=1{,}98\,h=1\,h\,88\,min\,48\,s$$

Q7. Durant le passage par la face cachée de la Lune, le CSM perd la communication avec la Terre.

Exercice 2. <u>Le déploiement des satellites Starlink</u>

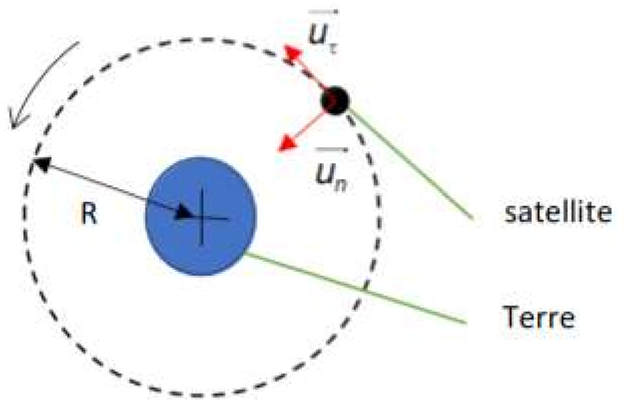
Q1.

$2{,}4\,cm \rightarrow 100\,km$

$1{,}9\,cm \rightarrow d$

$$d=\frac{100\times1{,}9}{2{,}4}=79\,km$$
$$v=\frac{d}{\Delta t}=\frac{79}{10}=7{,}9\,km.s^{-1}$$

Q2.



Q3. système : Starlink

référentiel : Géocentrique supposé galiléen

bilan des forces : Force gravitationnelle

$$\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m_{star}\vec{a}$$
$$\overrightarrow{F_{A/B}}=\overrightarrow{F_G}=m_{star}\vec{a}$$
$$-G\frac{m_{Terre}m_{star}}{R}\vec{u}=m_{star}\vec{a}$$
$$\vec{a}=-G\frac{m_{Terre}}{R}\vec{u}\rightarrow\vec{a}=G\frac{m_{Terre}}{(R_L+h)^2}\vec{n}$$

l'accélération est centripète et radiale, le mouvement est donc circulaire uniforme.

Q4. dans un mouvement circulaire uniforme

$$\vec{a}=\frac{v^2}{R}\vec{n}$$

$$\vec{a}=\frac{G\,m_{Terre}}{R}\vec{n}=\frac{v^2}{R}\vec{n}$$

$$\frac{v^2}{R}=\frac{Gm_{Terre}}{R}$$

$$v^2=\frac{G\,m_{Terre}\times R}{R^2}$$

$$v^2=\frac{G\,m_{Terre}}{R}$$

$$v=\sqrt{\frac{G\,m_{Terre}}{R}}$$

$$v=\sqrt{\frac{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}97\times10^{24}}{6371\times10^3+380\times10^3}}=7{,}68\times10^3\,m.s^{-1}=7{,}68\,km.s^{-1}$$

Q5.

$$v=\sqrt{\frac{G\,m_{Terre}}{R}}$$

$$v=\sqrt{\frac{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}97\times10^{24}}{6371\times10^3+380\times10^3}}=7{,}68\times10^3\,m.s^{-1}=7{,}68\,km.s^{-1}$$

Q6. La méthode de mesure graphique peut manquer de précision.
La trajectoire des satellites a été modélisée par un cercle, mais elle est peut-être légèrement elliptique.

$$v=\frac{\textit{périmètre}}{\textit{durée tour}}=\frac{2\pi R}{T}$$

$$v^2=\frac{GM_{Terre}}{R}=\frac{4\pi^2R^2}{T^2}$$

Q7.

$$\frac{G\,M_{Terre}\times T^2}{R}=4\pi^2R^2$$

$$T^2=\frac{4\pi^2\times R^2\times R}{GM_{Terre}}$$

$$T^2=\frac{4\pi^2\times R^3}{GM_{Terre}}$$

Q8.

$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2\times R^3}{G\,M_{Terre}}}$$

$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2\times(6370\times10^3+380\times10^3)^3}{6{,}67\times10^{-1}\times5{,}97\times10^{24}}}=5{,}52\times103\,s=1\,h\,31\,min\,48\,s$$

Un satellite géostationnaire est un satellite dont la période de révolution correspond à la période de rotation de Terre. Il restera ainsi toujours à la verticale du même lieu.
Ce n'est pas le cas ici