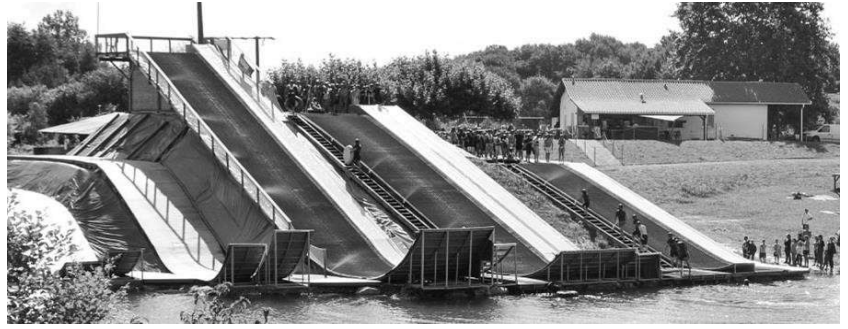
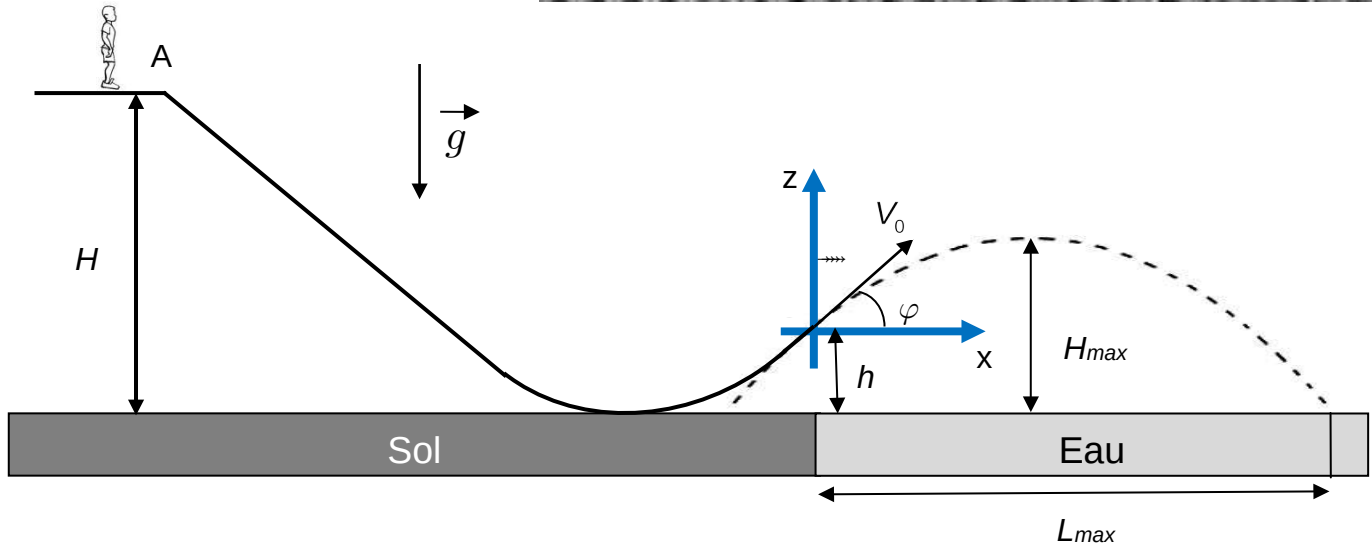


## EXERCICE : WATER JUMP (60 MINUTES)

Le *water jump* est une activité en plein essor. Le principe en est simple : un skieur muni d'une combinaison glisse sur un toboggan préalablement mouillé et terminé par un tremplin. Puis, à la sortie de ce dernier, il effectue un saut en chute libre avant de terminer sa course dans un plan d'eau.



Le *water jump* est également utilisé l'été par les skieurs qui ne peuvent s'entraîner sur les pistes faute de neige.



### Données

- Intensité du champ de pesanteur terrestre :  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .
- Masse du skieur et de son équipement :  $m = 73 \text{ kg}$ .

Il existe quatre tremplins dont les caractéristiques sont données dans le tableau ci-dessous.

|                   | Hauteur $H$           | Hauteur $h$            | Angle $\varphi$        |
|-------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| Tremplin débutant | $H_1 = 3,5 \text{ m}$ | $h_1 = 0,85 \text{ m}$ | $\varphi_1 = 20^\circ$ |
| Tremplin médian   | $H_2 = 7,0 \text{ m}$ | $h_1 = 0,85 \text{ m}$ | $\varphi_1 = 20^\circ$ |
| Tremplin averti   | $H_1 = 3,5 \text{ m}$ | $h_2 = 1,7 \text{ m}$  | $\varphi_2 = 45^\circ$ |
| Tremplin expert   | $H_2 = 7,0 \text{ m}$ | $h_2 = 1,7 \text{ m}$  | $\varphi_2 = 45^\circ$ |

Le sol horizontal est choisi comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur.

Les dimensions du skieur étant faibles devant toutes les autres utilisées dans le problème, il est modélisé par un point matériel. Les frottements seront négligés dans toutes les étapes du mouvement.

L'étude est effectuée dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

L'origine des énergies potentielles est choisie au niveau du sol.

## Partie 1 . Étude énergétique du skieur sur le tremplin (Travail et énergie)

Q1. Par des mesures, estimer l'angle  $\varphi$  du tremplin photographié de profil.

Q2. S'agit-il du tremplin débutant ou expert ?

Q3. Quel est l'intérêt d'humidifier le toboggan avant son utilisation ?

### Utilisation du tremplin débutant

Q4. Exprimer l'énergie mécanique  $E_{mA}$  du skieur à l'instant initial, lorsqu'il s'élance du point A sans vitesse initiale.

Q5. Déterminer la relation entre l'énergie mécanique  $E_{mO}$  au moment où il quitte la piste en O et l'énergie mécanique  $E_{mA}$ . Justifier votre réponse.

Q6. Déterminer la vitesse du skieur au point O.

### Utilisation du tremplin médian

Q7. Le skieur s'élance à présent depuis le tremplin médian. Expliquer qualitativement comment varie son énergie mécanique par rapport à la situation précédente.

Q8. Peut-on affirmer que la vitesse du skieur à la sortie du tremplin double lorsque la hauteur du toboggan double ? Justifier qualitativement votre réponse.

## Partie 2 . Étude du mouvement du skieur après avoir quitté le tremplin (mouvement dans un champ de pesanteur)

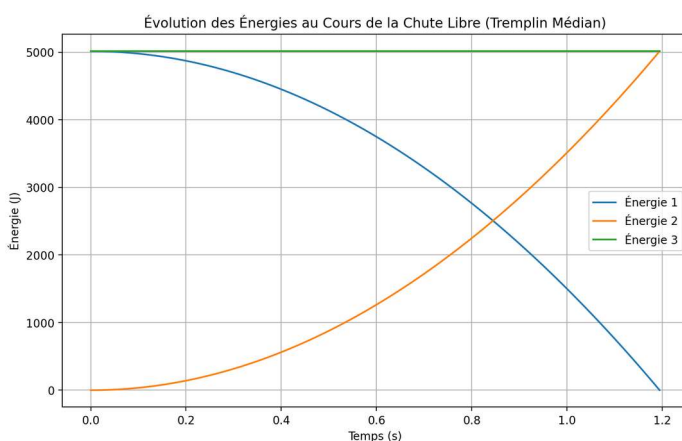


Figure 1: Courbes obtenues par la simulation

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Données
g = 9.81 # Intensité du champ de pesanteur ter
m = 73   # Masse du skieur et de son équipement

# Tremplin médian
H2 = 7.0 # Hauteur H (m)

# Simulation de la chute libre
temps_total = np.sqrt(2 * H2 / g) # Temps de chute
temps = np.linspace(0, temps_total, 100)

# Évolution des énergies au cours du temps
E_potentielle =
E_cinetique =
E_mecanique = E_potentielle + E_cinetique
```

Figure 2: Extrait du programme

On réalise une simulation du mouvement du sauteur une fois qu'il a quitté le tremplin médian. La figure 1 donne une partie et la figure 2 la courbe obtenue par le programme.

Q9. identifier les énergies de la **fig 1**. en les associant à l'énergie cinétique, potentielle et mécanique (justifier)

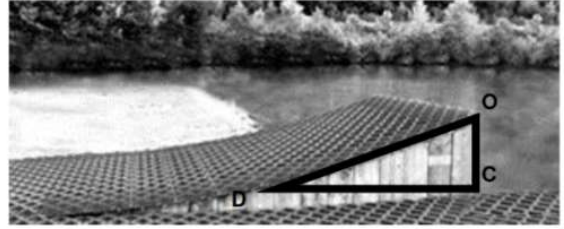
Q10. Déterminer la vitesse du sauteur à  $t=0$  s.

Q11. Dans le programme (Fig 2), indiquer les formules à rentrer afin de calculer l'énergie cinétique et potentielle.

## CORRECTION

**Q1.** À l'aide d'un rapporteur, on mesure  $\varphi = 20^\circ$ . ou en utilisant le trigo :

$$\tan \varphi = \frac{OC}{DC} = \frac{1,4}{4,0} = 0,35 \rightarrow \varphi = \tan^{-1} 0,35 = 19^\circ$$



**Q2.** Comme l'angle est proche de  $20^\circ$ , il s'agit du tremplin débutant.

**Q3.** L'humidification du tremplin avant utilisation a pour objectif de réduire au maximum les frottements.

$$Em_A = Ec_A + Epp_A$$

**Q4.** Au point A,  $Em_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A$

$$Em_A = 0 + mgH, \text{ car } V_A = 0 \text{ et } Z_A = H$$

**Q5.** Les frottements sont négligés ainsi il y a conservation de l'énergie mécanique :  $E_{mA} = E_{mO}$

$$mgH = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_1$$

$$mgH = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh$$

$$gH = \frac{1}{2}v_0^2 + gh_1$$

**Q6.**

$$\frac{1}{2}V_0^2 = gH - gh_1$$

$$\frac{1}{2}V_0^2 = g(H - h_1)$$

$$V_0^2 = 2g(H - h_1)$$

$$v_0 = \sqrt{2g(H - h_1)}$$

$$v_0 = \sqrt{2g(H - h_1)} = \sqrt{2 \times 9,81(3,5 - 0,85)} = 7,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**Q7.** Sur le tremplin médian H augmente donc  $Em = m \cdot g \cdot H$  augmente et  $Em$  augmente.

**Q8.** Comme  $v_0 = \sqrt{2g(H_2 - h_1)}$  ce qui montre que la vitesse n'est pas proportionnelle à la hauteur du tremplin  $H_2$ . Si  $H_2$  double alors  $v_0$  n'est pas doublée.

**Q9.** L'énergie 1 est l'énergie cinétique, car à  $t=0$  la vitesse est non nulle, l'énergie 3 est l'énergie mécanique, car elle est conservée tout au long de la chute et l'énergie 2 est donc l'énergie potentielle par élimination.

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v^2 = \frac{2Ec}{m}$$

**Q10.** À  $t=0$ s, on  $Ec=5\,000$  J donc

$$v = \sqrt{\frac{2Ec}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 5000}{73}} = 11,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**Q11.** Les formules sont  $E_{\text{potentielle}} = m \cdot g \cdot z$  et  $E_{\text{cinétique}} = 0,5 \cdot m \cdot v^2$