

- L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
- L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisé.
- Le sujet **complet** est à rendre avec la copie

## EXERCICE 1 : PLONGEON DE HAUT VOL (11 POINTS)

Le plongeon de haut vol est une discipline sportive qui consiste à effectuer des figures depuis une plateforme située à une vingtaine de mètres de hauteur.

Une étape du « *Cliff Diving World Series* » a eu lieu en 2016 à La Rochelle.

Voici un extrait du journal de la région :

Le « *Cliff Diving World* » n'est pas seulement un spectacle aussi hallucinant que gracieux, c'est une compétition de très haut niveau avec les meilleurs athlètes mondiaux de la discipline.

**Le plongeur**

Il est installé au sommet de la Tour Saint-Nicolas sur le port, à une hauteur de 27 mètres au-dessus de l'eau.

**Les risques et données techniques**

Le plongeon est effectué en 3 secondes. La vitesse d'impact lors de l'entrée dans l'eau est proche de 90 km/h. Le moment le plus risqué pour l'athlète est l'entrée dans l'eau. Certaines parties du corps du plongeur sont encore en pleine accélération alors que d'autres subissent une forte décélération.

*D'après un article de la Nouvelle République (avril 2017)*



Dans cet exercice, on se propose d'étudier différents aspects de ce type de saut et de vérifier quelques informations de l'article. Dans chacune des **parties A et B**, concernant respectivement les aspects énergétiques et cinématiques du plongeur dans l'air, on se concentre sur le mouvement du centre de masse du plongeur, noté P, dans le référentiel du plongeur supposé galiléen.

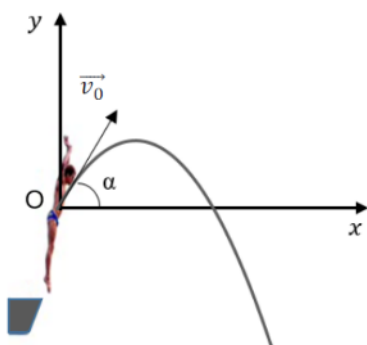
Dans tout l'exercice, la rotation du plongeur sur lui-même est négligée.

Le repère  $(O, x, y)$  est dans le plan du mouvement. Son origine O coïncide avec la position du centre de masse P du plongeur à l'instant  $t = 0$  s (**figure 1**).

Lors du saut, le plongeur se propulse et acquiert ainsi une vitesse initiale à la date  $t = 0$  caractérisée par le vecteur vitesse initiale  $\vec{v}_0$  incliné d'un angle  $\alpha$  avec l'horizontale.

Une chronophotographie a permis d'obtenir les valeurs des coordonnées du centre de masse P du plongeur au cours du temps.

Sur la **figure 1 ci-dessous**, on donne le schéma de principe de la situation, l'allure de la trajectoire de P ainsi que les valeurs des coordonnées de P pour les cinq premiers points.



$t$ (s)	$x$ (m)	$y$ (m)
0	0	0
0,033	0,050	0,060
0,067	0,10	0,11
0,100	0,15	0,15
0,133	0,21	0,18

**Figure 1- Schéma et coordonnées du centre de masse P du plongeur**

**Données**

- Masse du plongeur  $m = 70,0$  kg
- Intensité de la pesanteur  $g = 9,81$  m.s<sup>-2</sup>

## Partie A - Étude énergétique

Pour effectuer l'étude énergétique, on utilise un programme Python dont un extrait est reproduit **figure 2** ci-dessous.

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 m = 70 # Masse en kg
3 g = 9.81 # Intensité de la pesanteur en N/kg
4 # =====
5 # Importation des données de pointage
6 # =====
7 t,x,y=[],[],[] # Définitions de listes vides pour t,x et y
8
9 .....
10
11 # =====
12 # Calcul des coordonnées vx, vy et de la valeur v du vecteur vitesse
13 # =====
14 N = len(t) # Nombre de positions
15 vx,vy,v = [],[],[] # Définitions de listes vides pour vx,vy et v
16 for i in range(N-1) :
17     vxi=(x[i+1]-x[i])/(t[i+1]-t[i]) # coordonnée selon x du vecteur vitesse au point i
18     vyi=(y[i+1]-y[i])/(t[i+1]-t[i]) # coordonnée selon y du vecteur vitesse au point i
19     vi=(vxi**2+vyi**2)**0.5 # valeur du vecteur vitesse au point i
20     vx.append(vxi)
21     vy.append(vyi)
22     v.append(vi)
23
24 # =====
25 # Calcul des grandeurs énergétiques
26 # =====
27 m = 70 # Masse en kg
28 Epp,Ec,Em = [],[],[] # Définitions de listes vides pour Epp, Ec et Em
29 for i in range(N-1) :
30     Eppi= # expression de L'énergie potentielle au point i
31     Eci=(1/2)*m*v[i]**2 # expression de L'énergie cinétique au point i
32     Emi= # expression de L'énergie mécanique au point i
33     Epp.append(Eppi)
34     Ec.append(Eci)
35     Em.append(Emi)
```

Ligne 36 →

Ligne 38 →

Figure 2 – Extrait du code Python

Grâce au programme Python, on peut calculer les valeurs des énergies potentielle de pesanteur ( $E_{pp}$ ), cinétique ( $E_C$ ) et mécanique ( $E_m$ ) du plongeur.

L'énergie potentielle de pesanteur est prise nulle pour  $y = 0$  m.

**Q1.** Recopier et compléter les instructions des lignes 36 et 38 du programme Python.

Le programme permet d'obtenir des représentations graphiques des évolutions au cours du temps des énergies cinétique et potentielle du plongeur durant les quelques millisecondes qui suivent le début de sa chute (**voir figure 3** ci-après).

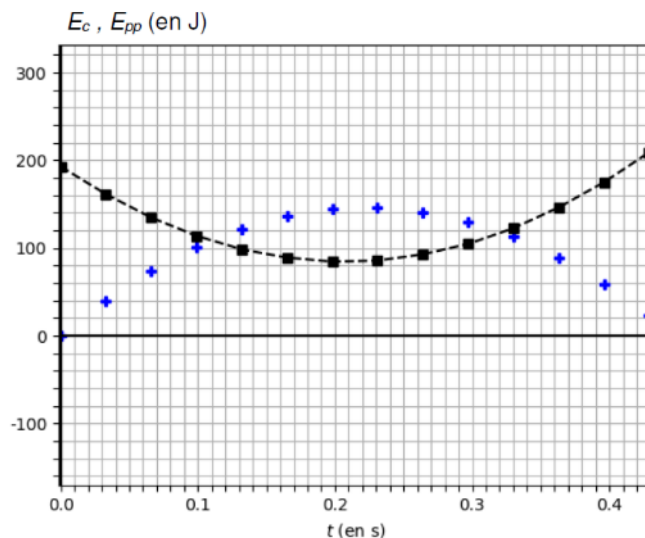
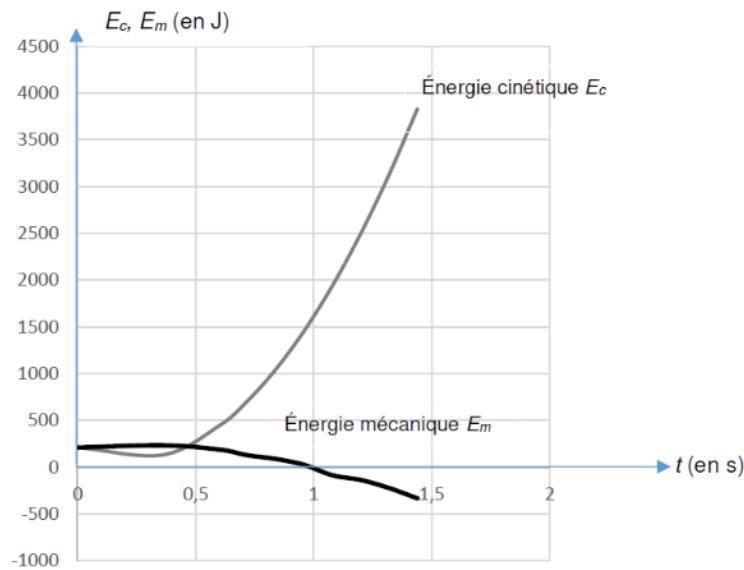


Figure 3 - Évolution des énergies cinétique et potentielle au tout début du saut

**Q2.** Justifier que la courbe en pointillés sur la **figure 3** ci-dessus est celle de l'évolution de l'énergie cinétique au cours du temps.

**Q3.** Montrer, à partir de la courbe de l'énergie cinétique, que la valeur de la vitesse initiale est de l'ordre de  $v_0 = 2,3 \text{ m.s}^{-1}$ .

Un autre relevé des coordonnées du point P, effectué sur une durée plus longue, conduit aux tracés **figure 4** ci-dessous.



**Figure 4 – Évolution des énergies cinétique et mécanique**

On constate que l'énergie mécanique reste constante si  $t \leq 0,4 \text{ s}$ , puis décroît progressivement.

**Q4.** Pour chacune des deux phases,  $t \leq 0,4 \text{ s}$  puis  $t > 0,4 \text{ s}$ , préciser si les frottements sont négligeables ou non. Justifier.

**Q5.** En observant les courbes sur la **figure 4**, formuler une hypothèse sur l'importance des forces de frottement en fonction de la valeur de la vitesse, suivant que celle-ci est faible ou élevée.

### Partie B - Étude cinématique

Dans cette partie, à l'aide des lois de la mécanique, on cherche à retrouver la forme de la trajectoire observée ainsi que les valeurs de la durée de chute dans l'air et de la vitesse lors de l'entrée dans l'eau.

**Q6.** En utilisant des valeurs du tableau de données (**figure 1**), calculer les valeurs de  $v_{0x}$  et  $v_{0y}$ , coordonnées du vecteur vitesse initiale  $\vec{v}_0$  à la date  $t = 0 \text{ s}$ , en appliquant les instructions des lignes 24 et 25 du code Python (**figure 2**).

**Q7.** À partir des valeurs de  $v_{0x}$  et  $v_{0y}$ , vérifier que la valeur de l'angle  $\alpha$  est de l'ordre de  $\alpha = 50^\circ$ .

Pour la suite de cette **partie B**, on néglige les actions exercées par l'air sur le plongeur et on fait l'hypothèse de la chute libre, ce qui revient à considérer que la seule force extérieure subie par le plongeur est son poids. On utilise ainsi un modèle simplifié permettant de déterminer les valeurs de différentes grandeurs puis de les comparer avec les résultats expérimentaux et les indications de l'article.

À  $t = 0 \text{ s}$ , le centre de masse P du plongeur est en O, à 28 m au-dessus du niveau de l'eau.

**Q8.** Écrire la relation traduisant l'application de la deuxième loi de Newton sur le plongeur de masse  $m$  en utilisant les grandeurs  $\vec{g}$ , champ de pesanteur, et  $\vec{a}$ , accélération du centre de masse du plongeur.

**Q9.** Exprimer littéralement les coordonnées  $a_x(t)$  et  $a_y(t)$  du vecteur accélération  $\vec{a}(t)$ , ainsi que les coordonnées  $v_x(t)$  et  $v_y(t)$  du vecteur vitesse  $\vec{v}(t)$ , en fonction de  $v_0$ ,  $g$ ,  $t$  et  $\alpha$ .

**Q10.** Montrer que les équations horaires du mouvement du centre de masse du plongeur ont pour expression :

$$\overrightarrow{OP}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \times \cos(\alpha) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t \end{cases}$$

**Q11.** Établir l'équation de la trajectoire et montrer qu'elle est compatible avec l'allure de la trajectoire représentée sur la **figure 1**.

**Q12.** À partir des équations horaires, montrer que la durée de la chute peut être obtenue en résolvant l'équation du second degré :

$$-4,9 t^2 + 1,8 t + 28 = 0 \text{ (équation 1)}$$

Mathématiquement, l'**équation 1** admet deux solutions que l'on peut écrire :  $t_1 = -2,21$  s et  $t_2 = 2,58$  s

Expérimentalement, la durée de la chute mesurée est :  $\Delta t_{\text{exp}} = 2,8$  s. La valeur de l'incertitude sur cette durée mesurée est  $u(\Delta t_{\text{exp}}) = 0,3$  s.

**Q13.** Vérifier que l'hypothèse de la chute libre, posée pour établir les équations horaires, conduit à une valeur de la durée de chute en accord avec le résultat expérimental.

**Q14.** Montrer que la valeur de la vitesse lors de l'entrée dans l'eau  $v_{th}$  prédite par l'étude cinématique est de l'ordre de  $24 \text{ m.s}^{-1}$ .

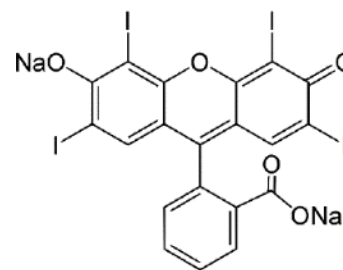
**Q15.** Indiquer si la valeur  $v_{th}$  obtenue à la **question Q14** est en accord ou non avec la valeur citée dans l'article introductif.

Une fois dans l'eau, le plongeur s'immobilise en  $0,5$  s.

**Q16.** Donner une estimation de la valeur de l'accélération  $a_{eau}$  subie par le plongeur une fois dans l'eau en s'appuyant sur la valeur de la vitesse obtenue à la **question Q14**. Comparer ce résultat à l'intensité du champ de pesanteur  $g$ .

## EXERCICE 2 : L'ÉRYTHROSINE, COLORANT ALIMENTAIRE (5 points)

L'érythrosine est un colorant synthétique rouge contenant de l'iode. Très soluble dans l'eau, ce colorant est utilisé pour colorer les aliments, notamment les cerises en conserve, ainsi que pour teinter des préparations microscopiques ou des médicaments. Les taches dues à ce colorant peuvent être traitées à l'eau de Javel.



### Document

La DJA (Dose Journalière Admissible qu'un individu peut ingérer sans risque pour sa santé) est de 0,1 mg/kg de masse corporelle, par jour.

Extrait de : <https://www.avenir-bio.fr/additif,E127>

Dans la **partie A**, on souhaite savoir si une solution d'érythrosine contenue dans une boîte de conserve de cerises respecte la DJA. La seule espèce colorée dans cette solution est l'érythrosine.

Dans la **partie B**, on s'intéresse à la cinétique de la décoloration de l'érythrosine par l'eau de Javel.

### Données

- Spectre d'absorption d'une solution aqueuse d'érythrosine de référence.

Absorbance  $A$

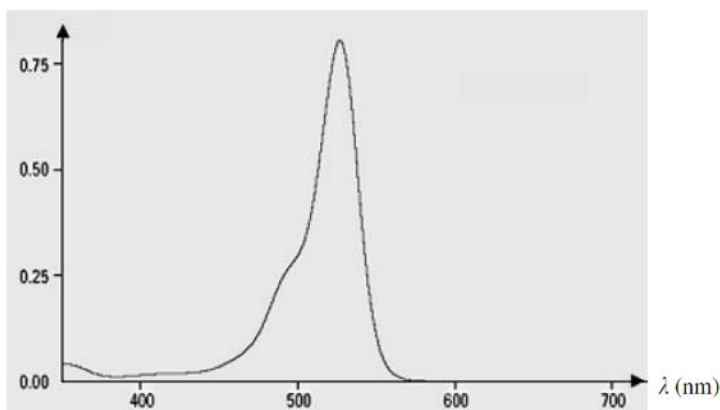


Figure 1 - Spectre d'absorption d'une solution aqueuse d'érythrosine

- Volume de la solution d'érythrosine extraite de la boîte de conserve de cerises :  $V = 500 \text{ mL}$
- Coefficient d'absorption molaire de l'érythrosine dans les conditions de l'expérience :  $\varepsilon = 8,2 \times 10^4 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$
- Longueur de la cuve du spectrophotomètre :  $l = 1,0 \text{ cm}$
- Rappel de la loi de Beer-Lambert :  $A = \varepsilon \times l \times c$
- Masse volumique de l'eau de Javel utilisée :  $\rho_J = 1095 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$
- Masse molaire de l'érythrosine :  $M_E = 879,86 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Autres masses molaires :  $M(\text{Cl}) = 35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;  $M(\text{O}) = 16,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

On note  $[E]$  la concentration en quantité de matière d'érythrosine dans la solution.

### Partie A – Concentration en érythrosine dans la solution contenue dans la boîte de cerises

**Q1.** Proposer une valeur de la longueur d'onde  $\lambda_m$  à laquelle régler le spectrophotomètre.

**Q2.** À partir de la loi de Beer-Lambert, montrer que la mesure de l'absorbance de la solution étudiée permet de déterminer la concentration en érythrosine.

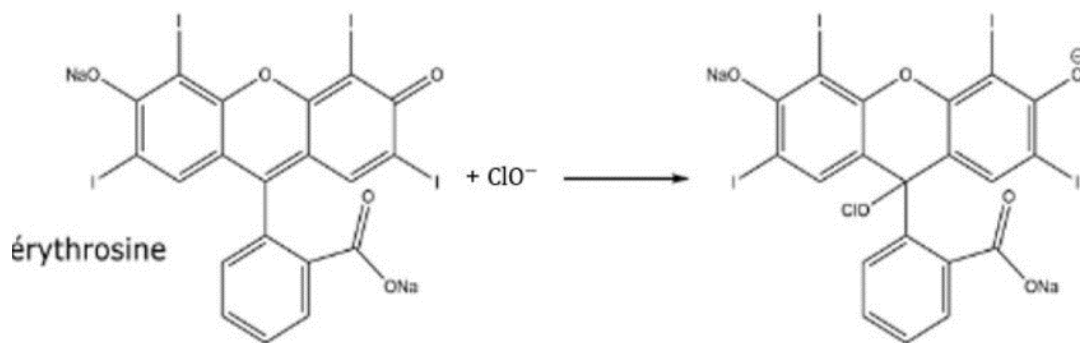
On mesure l'absorbance de la solution étudiée. La valeur obtenue est  $A_{\text{solution}} = 0,44$ .

**Q3.** Montrer que la concentration de la solution en érythrosine est :  $[E] = 5,4 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

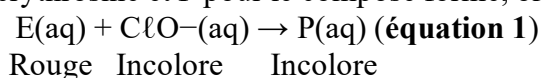
**Q4.** En s'appuyant sur la valeur de la DJA citée dans le **document** de l'introduction, montrer qu'une personne de 50 kg peut consommer la totalité de la solution contenue dans la conserve de cerises sans risque pour sa santé.

## Partie B – Cinétique de la décoloration de l'érythrosine par l'eau de Javel

En cas de taches, l'érythrosine peut être décolorée par les ions hypochlorite  $\text{ClO}^-$  apportés par une solution d'eau de Javel. Un composé incolore se forme selon l'équation :



Avec les notations E pour l'érythrosine et P pour le composé formé, on peut écrire :



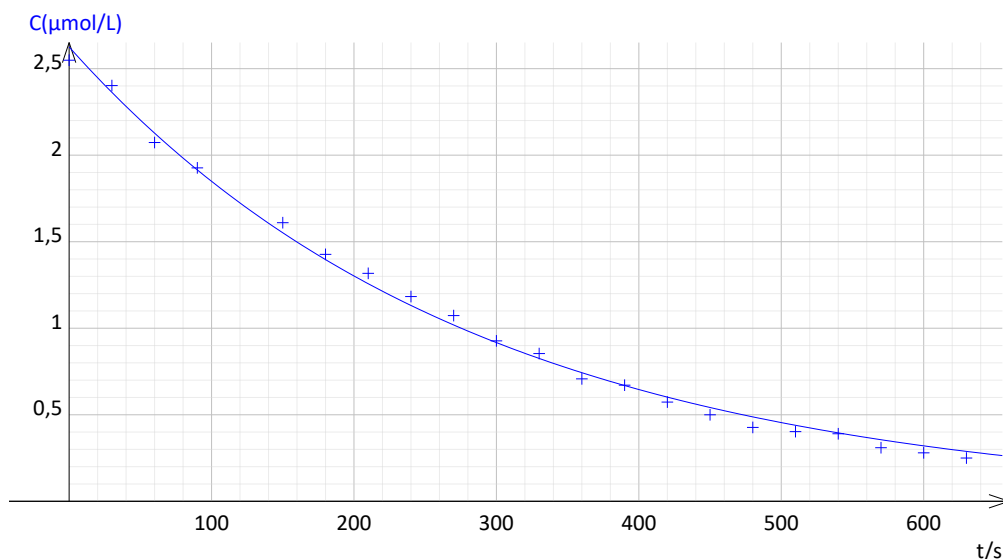
On s'intéresse à la rapidité avec laquelle l'eau de Javel permet d'effacer les taches d'érythrosine, dans le cas où l'ion hypochlorite est en excès.

### Protocole

Pour préparer la solution en ions hypochlorite  $\text{ClO}^-$ , on utilise une solution commerciale  $S_0$  d'eau de Javel contenant 4,8 % en masse d'ion hypochlorite.

On prélève  $V_0 = 30$  mL de solution  $S_0$  que l'on verse dans une fiole jaugée de volume  $V_j = 100$  mL et on complète jusqu'au trait de jauge. On obtient ainsi une solution  $S_1$  de volume  $V_j = 100$  mL.

À la date  $t = 0$  s, on mélange  $V_I = 5$  mL de solution  $S_1$  avec  $V_E = 5$  mL de solution d'érythrosine dont la concentration en érythrosine a été déterminée à la **question Q3**, on mesure l'absorbance du mélange au cours du temps, puis on en déduit  $[\text{E}]$  au cours du temps voir **figure 2** ci-dessous.



Sur cette figure, on a superposé une modélisation, en pointillés, aux points expérimentaux. L'équation de la courbe de modélisation est donnée par le tableau :

$$[\text{E}] = 2,63 \times 10^{-6} \cdot e^{-0,0035 \cdot t}$$

Figure 2 – Évolution temporelle de la concentration en érythrosine

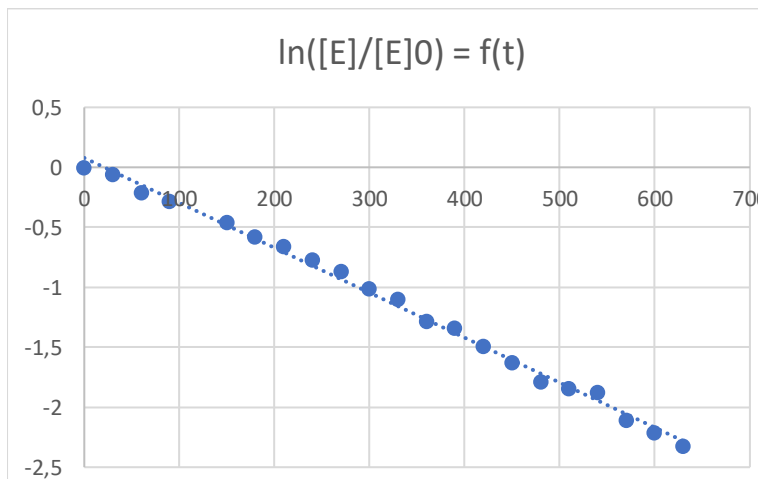
**Q5.** Montrer que la concentration de la solution  $S_1$  en ion hypochlorite  $\text{ClO}^-$  est  $C_I = 3,1 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ .

**Q6.** En calculant les quantités de matière initiales en érythrosine  $n_{Ei}$  et en ion hypochlorite  $n_{Hi}$ , montrer que les ions hypochlorite sont effectivement en excès.

**Q7.** Définir la vitesse volumique de disparition  $v$  de l'érythrosine en utilisant la notation  $[\text{E}]$ .

**Q8.** Déterminer, graphiquement en complétant la figure 2 en **ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE**, la valeur de la vitesse volumique de disparition de l'érythrosine E à la date  $t = 0$  s. Décrire la méthode utilisée.

L'exploitation de la courbe figurant en figure 2 permet d'obtenir la figure 3 ci-dessous.



**Figure 3 :  $\ln\left(\frac{[E]}{[E]_0}\right)$  en fonction de t**

**Q9.** En utilisant cette figure 3, montrer, en explicitant la démarche que l'évolution de la concentration en érythrosine suit une loi de vitesse d'ordre 1.

Dans le cas où la loi de vitesse est d'ordre 1, l'équation différentielle satisfaite par la concentration  $[E]$  est donc :

$$\frac{d[E]}{dt} + k \times [E] = 0.$$

Les solutions de cette équation différentielle sont de la forme :  $[E] = [E]_0 \cdot e^{-k \cdot t}$

Par ailleurs, on rappelle que, pour la fonction logarithme népérien, on a les relations :

$$\ln(a \times b) = \ln(a) + \ln(b) \text{ et } \ln e^x = x$$

**Q10.** Montrer que le temps de demi-réaction  $t_{1/2}$  pour une loi de vitesse d'ordre 1 est donné par la relation :

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k}$$

**Q11.** Déterminer, graphiquement en utilisant la figure 2 en **ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE**, la valeur de  $t_{1/2}$  en indiquant la méthode utilisée. Conclure sur la rapidité de l'action de l'eau de Javel sur l'érythrosine.

### EXERCICE 3 – ADDITIF ALIMENTAIRE POUR LES AGNEAUX (4 Points)

Dans les élevages ovins, les agneaux consomment des céréales et des protéagineux riches en phosphore qui favorisent la formation de minuscules cristaux dans l'urine de ces animaux. Ces cristaux sont à l'origine d'une maladie appelée lithiase urinaire ou gravelle.

D'après le site *des partenaires de la production ovine en France (inn-ovin.fr)*, l'ajout quotidien de chlorure d'ammonium à l'alimentation des agneaux, à raison de 300 mg (à 10 % près) par kilogramme de masse corporelle, est une solution efficace pour prévenir cette maladie. Le chlorure d'ammonium est en effet un acide qui permet d'abaisser le pH des urines pour le bien-être des animaux.

Un éleveur administre chaque jour, à un agneau de 24 kg, un litre de solution de chlorure d'ammonium ( $\text{NH}_4^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq})$ ) qu'il a préparé lui-même.

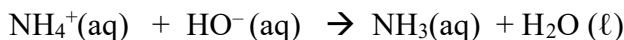
On souhaite vérifier que la préparation de l'éleveur est conforme à la préconisation du site des *partenaires de la production ovine en France*.

**Donnée :** masse molaire du chlorure d'ammonium solide  $\text{NH}_4\text{Cl}$  (s) :  $M = 53,5 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

#### 1. Réalisation du titrage

On réalise le titrage conductimétrique d'un volume  $V_A = 10,00 \text{ mL}$  de la solution préparée par l'éleveur, diluée avec  $V_{\text{eau}} = 200 \text{ mL}$  d'eau distillée, par une solution titrante d'hydroxyde de sodium de concentration apportée en quantité de matière  $C_B = (0,100 \pm 0,002) \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ .

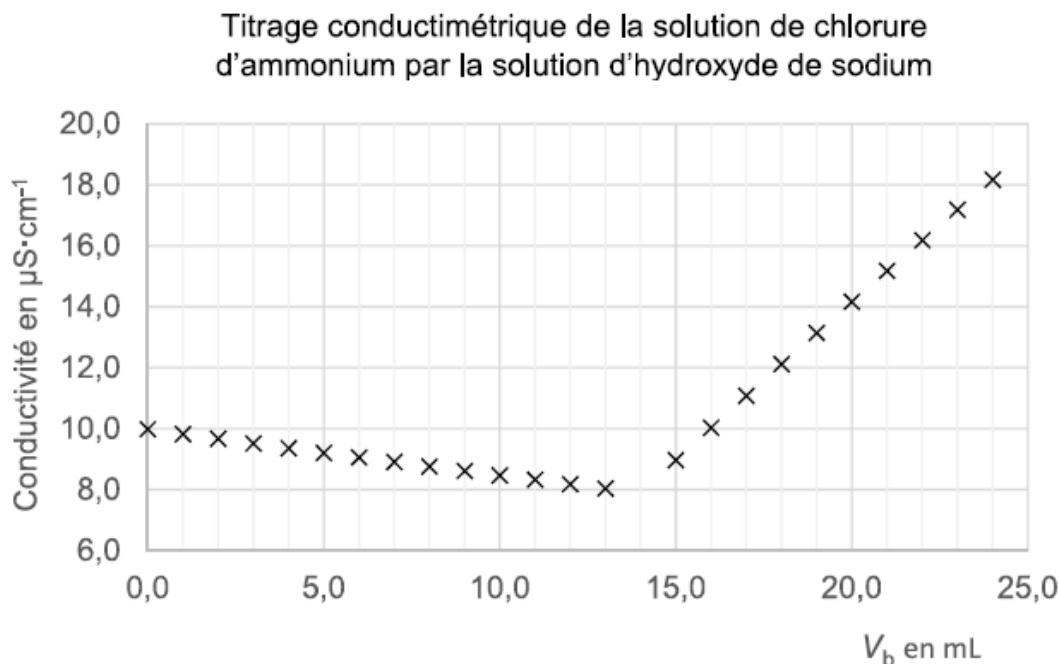
L'équation de la réaction modélisant la transformation chimique mise en jeu lors du titrage est la suivante :



**Q1.** Indiquer en justifiant, si la transformation chimique mise en jeu lors du titrage est une réaction acido-basique ou d'oxydo-réduction.

**Q2.** Réaliser un schéma légendé du dispositif de titrage conductimétrique, en nommant la verrerie et les solutions.

On obtient la courbe suivante :



**Q3.** Exprimer, en fonction des données, la concentration  $C_A$  en quantité de matière apportée de chlorure d'ammonium de la solution préparée par l'éleveur, puis calculer sa valeur.

L'incertitude type sur la valeur de la concentration obtenue satisfait à la relation :



$$\frac{U(C_A)}{C_A} = \sqrt{\left(\frac{U(C_B)}{C_B}\right)^2 + \left(\frac{U(V_{eq})}{V_{eq}}\right)^2 + \left(\frac{U(V_A)}{V_A}\right)^2}$$

L'incertitude type sur le volume à l'équivalence est estimée à  $U(V_{eq}) = 0,1$  mL.

Les incertitudes notées sur la verrerie sont :

- burette de 25 mL :  $\pm 0,05$  mL
- pipette jaugée de 10 mL :  $\pm 0,02$  mL
- éprouvette graduée de 250 mL :  $\pm 1$  mL

**Q4.** Calculer la valeur du rapport  $\frac{U(C_A)}{C_A}$  à l'aide de la formule donnée ci-dessus.

**Q5.** En déduire un encadrement de la concentration de la solution préparée par l'élèveur.

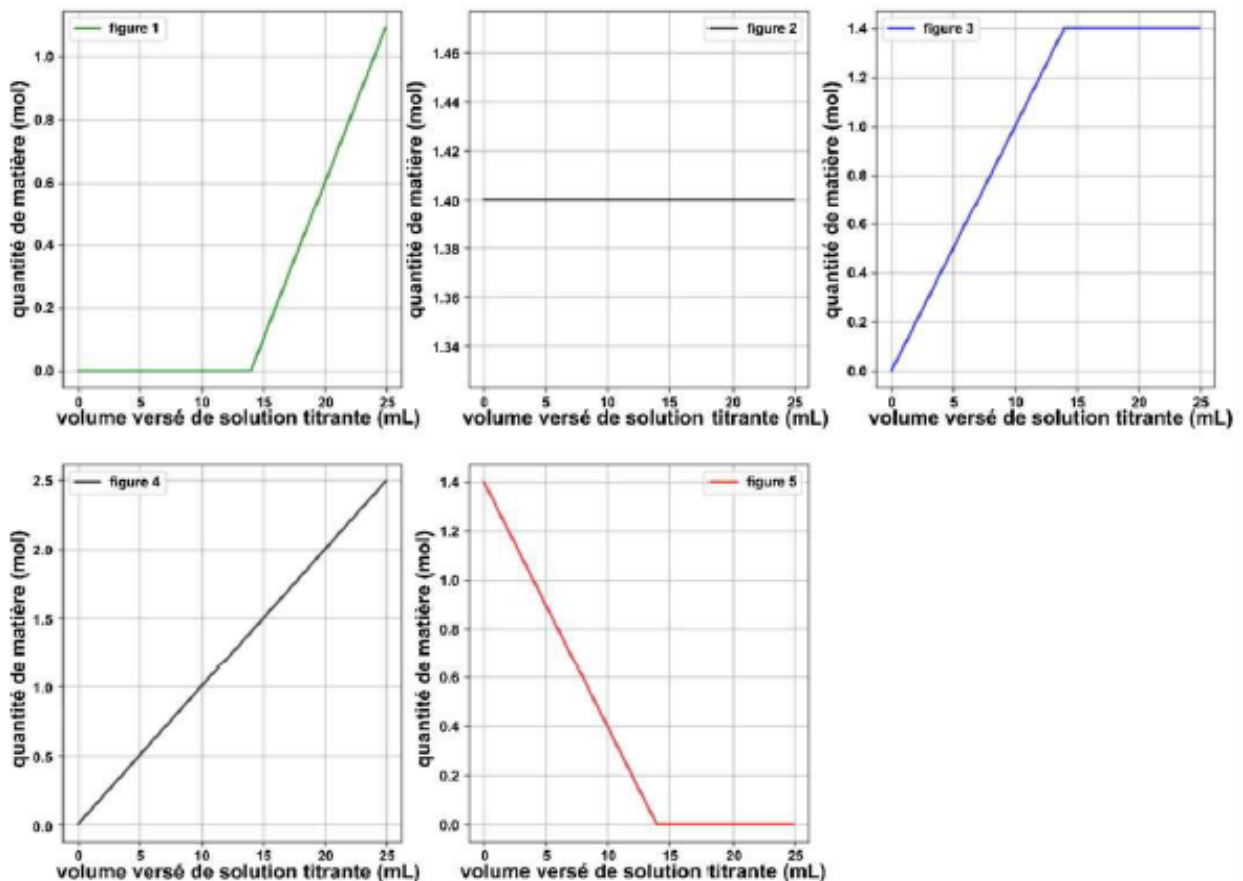
**Q6.** Déterminer la masse de chlorure d'ammonium apportée par l'élèveur quotidiennement à l'agneau et comparer ce résultat à la valeur préconisée par le site *des partenaires de la production ovine en France*.

## 2. Simulation du titrage.

Pour simuler l'évolution des quantités de matières de cinq espèces chimiques présentes en solution lors du titrage précédent :  $\text{NH}_4^+$  ;  $\text{HO}^-$  ;  $\text{Cl}^-$  ;  $\text{Na}^+$  et  $\text{NH}_3$  on utilise un programme en langage Python.

Chacun des cinq graphiques suivants, obtenus à l'aide du programme en langage Python représente l'évolution de la quantité de matière d'une des espèces chimiques en fonction du volume versé de solution titrante.

**Q7.** En justifiant explicitement le raisonnement, indiquer pour chaque graphe l'espèce chimique correspondante.



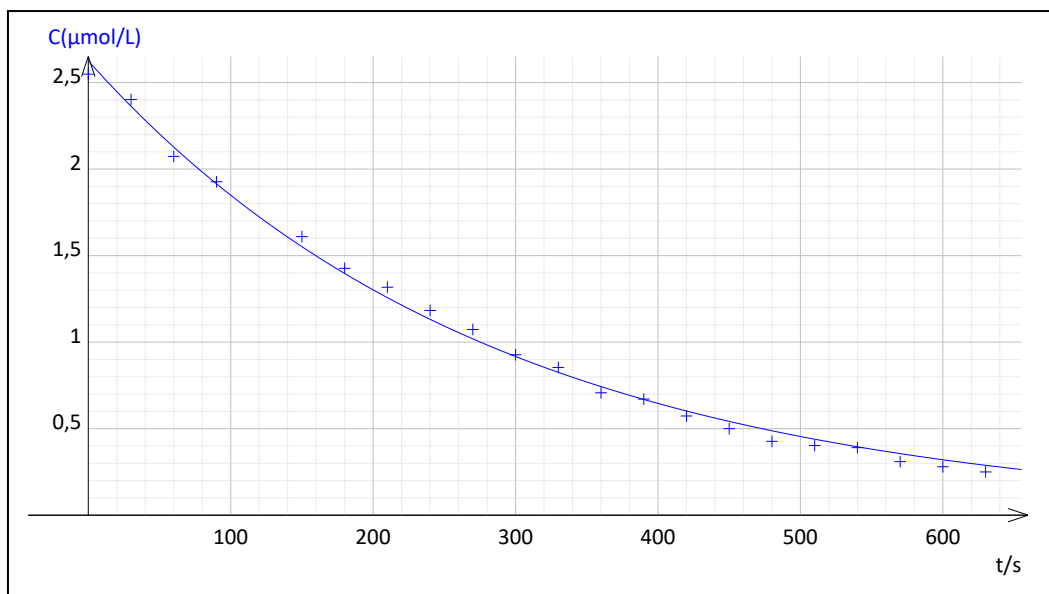
Nom :

Prénom :

Classe :

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 2 : Question Q8



**Figure 2 – Évolution temporelle de la concentration en érythrosine**