

Exercice 1 : Plongeon de haut vol (11 points).**Partie A – Étude énergétique****Q1.** Ligne 36 : $E_{pp} = m \cdot g \cdot y[i]$ Ligne 38 : $E_{mi} = E_{ci} + E_{pp}$

Q2. Dans les premières secondes de la chute, son altitude augmente tandis que sa vitesse diminue. Ainsi son énergie potentielle ($E_{pp} = m \times g \times z$) augmente et son énergie cinétique ($E_c = \frac{1}{2} m \times v^2$) diminue. La courbe en pointillés est d'abord décroissante : c'est bien celle de l'énergie cinétique.

$$\text{Q3. } E_{c0} = \frac{1}{2} m \times v_0^2 \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2 \times E_{c0}}{m}}$$

D'après la courbe 3., $E_{c0} \approx 190 \text{ J}$ Ainsi $v_0 = \sqrt{\frac{2 \times 1,9 \times 10^2}{70}} = 2,3 \text{ m.s}^{-1}$.

Q4. L'énergie mécanique d'un système se conserve si celui-ci n'est soumis qu'à des forces conservatives et/ou des forces dont le travail est nul.

Pour $t \leq 0,4 \text{ s}$, l'énergie mécanique se conserve. Le plongeur n'est soumis qu'à son poids qui est une force conservative. Les forces de frottement de l'air sont donc négligeables

Pour $t > 0,4 \text{ s}$, l'énergie mécanique diminue il y a donc une force non conservative qui travaille : les frottements.

Q5. Après $0,4 \text{ s}$, on constate que plus l'énergie cinétique ($E_c = \frac{1}{2} m \times v^2$) augmente et plus l'énergie mécanique diminue. La masse du plongeur étant constante, on peut faire le lien entre l'augmentation de la vitesse et l'importance de la diminution de l'énergie mécanique.

En conclusion, plus la vitesse du plongeur est élevée et plus importants sont les frottements.

Partie B – Étude cinématique**Q6.** En appliquant les instructions des lignes 24 et 25 du code Python :

$$v_{0x} = \frac{x(t=0,033) - x(t=0)}{0,033 - 0} = \frac{0,050 - 0}{0,033 - 0} = 1,5 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v_{0y} = \frac{y(t=0,033) - y(t=0)}{0,033 - 0} = \frac{0,060 - 0}{0,033 - 0} = 1,8 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{Q7. } \tan \alpha = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{v_0 \times \sin \alpha}{v_0 \times \cos \alpha} \text{ donc } \alpha = \arctan\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right) = \arctan\left(\frac{1,8}{1,5}\right) \text{ donc } \alpha = 50^\circ$$

Q8. Système : {plongeur}

Référentiel d'étude : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : poids \vec{P} D'après la 2nde loi de Newton :

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \text{ or } \sum \vec{F} = \vec{P} \text{ et } \vec{P} = m \cdot \vec{g} \text{ donc } m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g} \text{ soit: } \vec{a} = \vec{g}$$

Q9. En projection selon les axes Ox et Oy du repère choisi

$$\vec{g} \begin{pmatrix} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{pmatrix} \text{ donc } \vec{a} \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{pmatrix}$$

On cherche les primitives de chaque coordonnée de \vec{a} et on déduit les coordonnées de \vec{v}

$$\vec{v} \begin{pmatrix} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = -g \cdot t + C_2 \end{pmatrix} \text{ on détermine les constantes à } t = 0 \quad \vec{v}(0) \begin{pmatrix} v_x(0) = C_1 \\ v_y(0) = C_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{D'après les conditions initiales } \vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$\text{D'où } C_1 = v_0 \cdot \cos \alpha \text{ et } C_2 = v_0 \cdot \sin \alpha \quad \text{on obtient } \vec{v} \begin{pmatrix} v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{pmatrix}$$

Q10. On cherche les primitives de chaque coordonnée de \vec{v} et on déduit les coordonnées de \vec{OG} :

$$\vec{OG} \begin{pmatrix} x(t) = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t + C_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t + C_4 \end{pmatrix}$$

$$\text{Pour } t = 0 \quad \vec{OG}(0) \begin{pmatrix} x(0) = C_3 \\ y(0) = C_4 \end{pmatrix}$$

Or d'après les conditions initiales $\overrightarrow{OG_0} \begin{pmatrix} x(0) = x_0 = 0 \\ y(0) = y_0 = 0 \end{pmatrix}$ Donc $C_3 = 0$ et $C_4 = 0$

$$\overrightarrow{OG} \begin{pmatrix} x(t) = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t \end{pmatrix}$$

Q11. On isole le temps « t » de l'équation $x = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t$ soit $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}$

Pour avoir l'équation de la trajectoire $y(x)$, on reporte l'expression de t dans $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{(v_0 \cdot \cos \alpha)^2} + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} \text{ donc } y = -\frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{(v_0 \cdot \cos \alpha)^2} + x \cdot \tan \alpha$$

Ce qui est compatible avec l'allure parabolique de la trajectoire représentée sur la figure 1.

Q12. Le plongeur touche la surface de l'eau pour $y = -h$.

En reprenant l'équation horaire de la question **Q10** : $y(t) = -\frac{1}{2}g \times t^2 + (v_0 \times \sin \alpha) \times t = -h$

Avec : $-\frac{1}{2}g = -\frac{1}{2} \times 9,81 = -4,9$; $v_0 \times \sin \alpha = 1,8$ et $h = 28$

Donc $-4,9t^2 + 1,8t = -28 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 1,8t + 28 = 0$

On retrouve l'équation (1) demandée.

Q13. $z\text{-score} = \frac{|\Delta t_{exp} - t_2|}{u(\Delta t_{exp})} = \frac{|2,8 - 2,58|}{0,3} = 0,7$ ce qui est < 2 donc les deux valeurs sont en accord.

Q14. On cherche $v(t_2)$ pour $t_2 = 2,58$ s, $v(t_2) = \sqrt{v_x^2(t_2) + v_y^2(t_2)}$.

$v_x(t_2) = v_0 \times \cos \alpha = 1,5 \text{ m.s}^{-1}$ d'après la question **6**.

$v_y(t_2) = -g \times t_2 + v_0 \times \sin \alpha = -9,81 \times 2,58 + 2,3 \times \sin 50^\circ = -23,5 \text{ m.s}^{-1}$

Finalement : $v(t_2) = \sqrt{1,5^2 + (-23,5)^2} = 23,55 \text{ m.s}^{-1}$ ce qui est de l'ordre de 24 m.s^{-1} avec 2 CS.

Q15. L'article introductif mentionne une vitesse de 90 km.h^{-1} soit $\frac{90}{3,6} = 25 \text{ m.s}^{-1}$ qui est donc relativement proche des 24 m.s^{-1} trouvés précédemment.

Q16. On a $a_{eau} = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{|0 - 24|}{0,5} = 48 \text{ m.s}^{-2}$ soit environ 5 fois l'accélération de la pesanteur ce qui est loin d'être négligeable.

Exercice 2 – L'ÉRYTHROSINE, COLORANT ALIMENTAIRE (5 points)

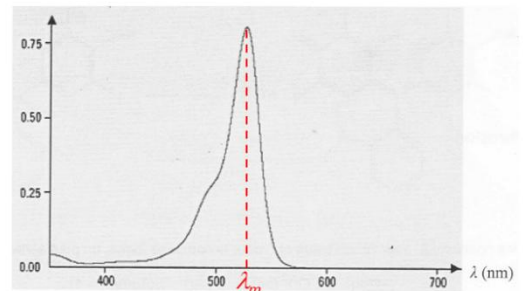
Partie A – Concentration en érythrosine dans la solution contenue dans la boîte de cerise

Q1. On choisit une longueur d'onde pour laquelle l'absorbance est maximale ; ici on choisira $\lambda_m = 525 \text{ nm}$.

Q2. D'après la loi de Beer-Lambert, $A = \varepsilon \times l \times [E]$ donc $[E] = \frac{A}{\varepsilon \times l}$

Vu que les valeurs de ε et de l sont connues, la mesure de A permettra de déterminer $[E]$.

Q3. $[E] = \frac{0,44}{8,2 \times 10^4 \times 1,0} = 5,4 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$



Q4. La DJA est $0,1 \text{ mg/kg}$ de masse corporelle donc une personne de 50 kg peut consommer $50 \times 0,1 = 5 \text{ mg}$ de E par jour.

Or $m_E = [E] \times V \times M_E = 5,4 \times 10^{-6} \times 500 \times 10^{-3} \times 879,86 = 2,4 \times 10^{-3} \text{ g} = 2,4 \text{ mg}$

Cette valeur étant inférieure aux 5 mg calculés plus haut, une personne de 50 kg peut effectivement consommer la totalité de la solution sans risque pour la santé.

Partie B – Cinétique de la décoloration de l'érythrosine par l'eau de Javel

Q5. En lisant le protocole, on constate que la solution S_1 est préparée par dilution S_0 .

Déterminons d'abord la concentration en ions ClO^- dans la solution mère S_0 .

Considérons un volume de solution $V_S = 1,00 \text{ L}$.

Ce volume de solution a une masse $m_S = \rho_S \times V_S = 1095 \times 1,00 = 1095 \text{ g}$

Elle contient $4,8\%$ en masse de ClO^- or $P_m = \frac{m(\text{ClO}^-)}{m_S} \times 100$ soit $m(\text{ClO}^-) = \frac{P_m \times m_S}{100} = \frac{4,8 \times 1095}{100} = 52,6 \text{ g}$

Cela correspond à une quantité de matière $n(\text{ClO}^-) = \frac{m(\text{ClO}^-)}{M(\text{ClO}^-)} = \frac{52,6}{(35,5 + 16,0)} = 1,02 \text{ mol}$

Donc $C_0 = \frac{n(\text{ClO}^-)}{V_S} = \frac{1,02}{1,00} = 1,02 \text{ mol.L}^{-1}$ pour la solution S_0 .

On dilue S_0 pour obtenir S_1 donc $C_0 \times V_0 = C_1 \times V_1$ donc $C_1 = \frac{C_0 \times V_0}{V_1} = \frac{1,02 \times 30}{100} = 3,1 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$

Q6. $n_{\text{Ei}} = [E] \times V_E = 5,4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-3} = 2,7 \times 10^{-8} \text{ mol}$

$n_{\text{Hi}} = C_1 \times V_1 = 3,1 \times 10^{-1} \times 5,0 \times 10^{-3} = 1,6 \times 10^{-3} \text{ mol}$

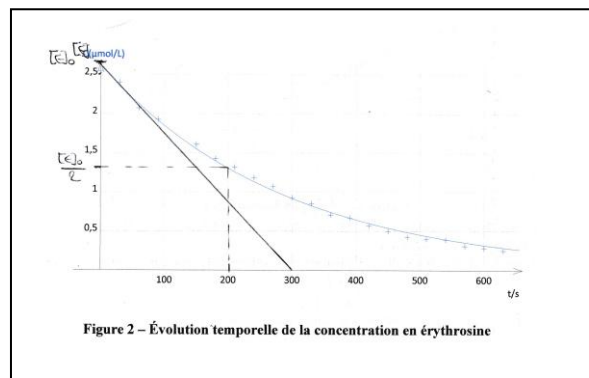
On a $\frac{n_{\text{Ei}}}{1} \ll \frac{n_{\text{Hi}}}{1}$ donc les ions hypochlorite ClO^- sont en en large excès.

Q7. Par définition : $v = - \frac{d[E]}{dt}$

Q8. On trace la tangente à la courbe à $t = 0$. On calcule le coefficient directeur qui vaut $\frac{d[E]}{dt}$ et on calcule

$$v = - \frac{d[E]}{dt}$$

$$v = - \frac{(2,65 \times 10^{-6} - 0)}{0 - 300} = 8,83 \times 10^{-9} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$



Q9. Si la réaction suit une loi de vitesse d'ordre 1 alors quand on trace $\ln\left(\frac{[E]}{[E]_0}\right)$ on doit obtenir une droite qui passe par l'origine. Ce qui est le cas ici. Donc l'évolution de la concentration en érythrosine suit une loi de vitesse d'ordre 1.

Q10. Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ correspond à la durée pour que l'avancement atteigne la moitié de son évolution finale.

Pour $t = t_{1/2}$ on a $[E] = \frac{[E]_0}{2}$ donc $\frac{[E]_0}{2} = [E]_0 \cdot e^{-k \cdot t_{1/2}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-k \cdot t_{1/2}} \Leftrightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln(e^{-k \cdot t_{1/2}})$

$$\Leftrightarrow -k \cdot t_{1/2} = -\ln 2 \text{ Donc } t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}.$$

Q11. On regarde $[E]_0 = 2,65 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$

On calcule $\frac{[E]_0}{2} = 1,3 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$. On reporte cette valeur sur la courbe. L'abscisse de ce point donne la valeur de $t_{1/2}$.

On trouve $t_{1/2} = 200 \text{ s} \approx 3 \text{ min } 20 \text{ s}$

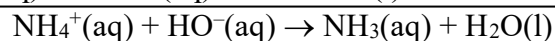
Conclusion : on peut considérer que l'action décolorante de l'eau de Javel est assez rapide vu qu'en 3 minutes environ, la moitié du colorant a disparu.

Correction Exercice 3 (4 points) Additif alimentaire pour les agneaux.

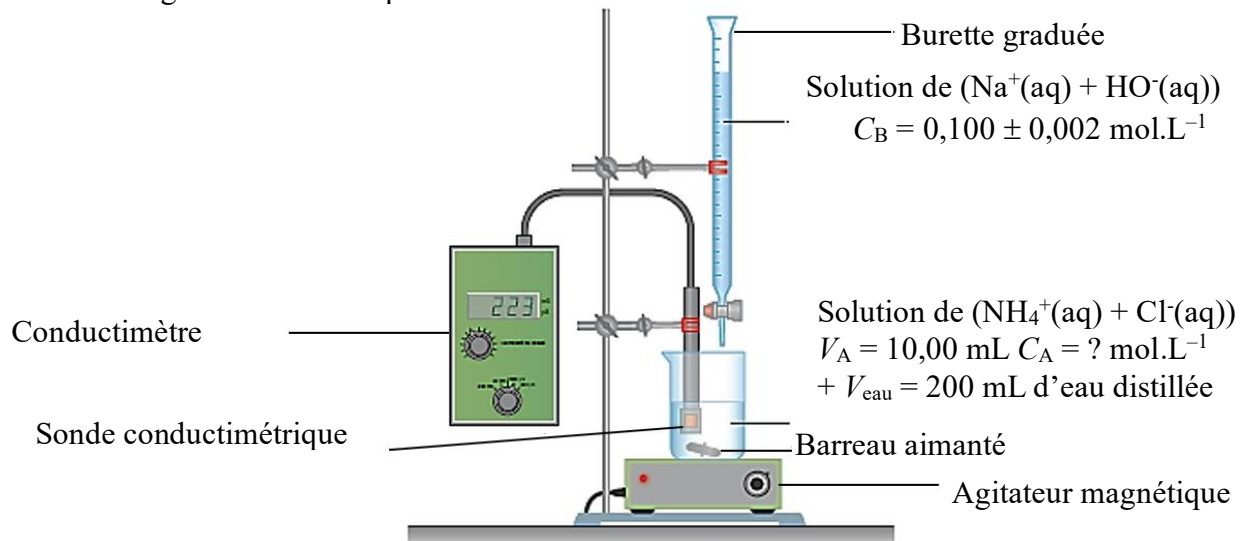
1 - Réalisation du titrage

Q1. L'équation $\text{NH}_4^+(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq}) \rightarrow \text{NH}_3(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$ traduit une **réaction acido-basique**.

En effet, on peut identifier les **deux couples acide / base** associés aux demi-équations :



Q2. Dispositif du titrage conductimétrique :



Q3. À l'équivalence, $n_i(\text{NH}_4^+) = n_{\text{versé}}(\text{OH}^-)$ or $n_i(\text{NH}_4^+) = C_A \times V_A$ et $n_{\text{versé}}(\text{OH}^-) = C_B \times V_E$

donc : $C_A \times V_A = C_B \times V_E$ d'où : $C_A = \frac{C_B \times V_E}{V_A} = \frac{0,100 \times 14,0}{10,00} = 0,140 \text{ mol.L}^{-1}$

Pour déterminer le volume équivalent, on trace les deux segments de droite modélisant l'évolution de la conductivité. L'abscisse leur point d'intersection donne la valeur du volume à l'équivalence V_E .

Graphiquement, on lit $V_E = 14,0 \text{ mL}$.

Q4. On a : $\frac{u(C_A)}{C_A} = \sqrt{\left(\frac{u(C_B)}{C_B}\right)^2 + \left(\frac{u(V_{\text{eq}})}{V_{\text{eq}}}\right)^2 + \left(\frac{u(V_A)}{V_A}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,002}{0,100}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{14,0}\right)^2 + \left(\frac{0,02}{10,00}\right)^2} = 0,021$

Q5. $u(C_A) = C_A \times 0,21 = 3,0 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$

Donc : $0,140 - 0,003 = 0,137 \text{ mol.L}^{-1} < C_A < 0,140 + 0,003 = 0,143 \text{ mol.L}^{-1}$

Q6. La masse m de chlorure d'ammonium $\text{NH}_4\text{Cl(s)}$ dans $V = 1,00 \text{ L}$ de solution de l'éleveur est :

$m = n \times M = C_A \times V \times M = 0,143 \times 1,00 \times 53,5 = 7,65 \text{ g}$

Le site indique : $300 \text{ mg} = 0,300 \text{ g}$ par kg d'agneau à 10 % près.

Pour un agneau de 24 kg cela correspond à une masse m' :

$m' = 24 \times 0,300 = 7,20 \text{ g}$ soit à 10 % près $7,20 - 0,72 = 6,48 \text{ g} < m' < 7,20 + 0,72 = 7,92 \text{ g}$.

La valeur de m est bien comprise dans l'encadrement de m' . L'éleveur apporte bien à l'agneau la masse de chlorure d'ammonium préconisée par le site.

2 - Simulation du titrage

Pour NH_4^+ : NH_4^+ est consommé avant l'équivalence et est le réactif limitant après l'équivalence. Donc sa quantité de matière de NH_4^+ diminue jusqu'à l'équivalence et est nulle après \Rightarrow **Figure 5**

Pour HO^- : HO^- est le réactif limitant avant l'équivalence et le réactif en excès après. Donc sa quantité de matière de HO^- est nulle jusqu'à l'équivalence puis elle augmente \Rightarrow **Figure 1**

Pour Cl^- : Cl^- est un ion spectateur, il est présent dans la solution initiale dans le bécher et n'évolue pas donc la quantité de matière reste constante \Rightarrow **Figure 2**.

Pour Na^+ : Na^+ est un ion spectateur, il est apporté dans le bécher tout au long du titrage donc sa quantité de matière augmente constamment \Rightarrow **Figure 4**.

Pour NH_3 : NH_3 est formé jusqu'à l'équivalence et n'est plus formé au-delà. Donc sa quantité de matière augmente jusqu'à l'équivalence puis reste constante \Rightarrow **Figure 3**.