

Correction EXERCICE I : À LA DÉCOUVERTE DE SATURNE (11 pts)

A. Observation de Saturne par Huygens

Q1. (0,5 pt) Un instrument optique afocal donne d'un objet observé à l'infini, une image également observée à l'infini.

Q2. (0,25 pt) et Q3. 1,25 pt Détails (0,5 pour rayons issus de B à travers l'objectif ; 0,25 pour A_1B_1 ; 0,5 pour rayons issus de B à travers l'oculaire) : Voir ANNEXE en fin de corrigé

Q4. (0,75 pt) (0,5 pour la démarche ; 0,25 pour la cohérence de la conclusion) D'après les données, pour la lunette de Huygens, $f'_1 = 329$ cm et $f'_2 = 7,0$ cm.

Pour que la lunette soit afocale, il faut que la distance entre l'objectif et l'oculaire soit égale à $f'_1 + f'_2$ soit $329 + 7,0 = 336$ cm

D'après la figure 4. Cette distance vaut $372 - 36 = 336$ cm : la lunette peut être considérée comme afocale.

Q5. (0,25 pt) θ' : Voir ANNEXE en fin de corrigé

Q6. (0,25 pt) Par définition du grossissement de la lunette : $G_{\text{Huy}} = \frac{\theta'}{\theta}$

Q7. 1 pt en tout : Détails

(0,25 pt) Dans le triangle $O_1A_1B_1$: $\tan \theta = \frac{A_1B_1}{O_1A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_1} \approx \theta$ (approximation des petits angles).

(0,25 pt) Dans le triangle $O_2A_1B_1$: $\tan \theta' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \approx \theta'$ (approximation des petits angles).

(0,5 pt) Ainsi, $G_{\text{Huy}} = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2}$.

Q8. (0,5 pt) $G_{\text{Huy}} = \frac{329 \text{ cm}}{7,0 \text{ cm}} = 47$

Q9. 1,25 pt en tout : Détails

(0,5 pt) A partir de la figure 5. $\tan \theta = \frac{D_{A-B}}{D_{T-S}} \approx \theta$ (approximation des petits angles).

Donc $\theta = \frac{3,17 \times 10^4}{1,42 \times 10^9} = 2,23 \times 10^{-5}$ rad

(0,5 pt) En utilisant la définition du grossissement : $G_{\text{Huy}} = \frac{\theta'}{\theta}$ donc $\theta' = G_{\text{Huy}} \times \theta = 47 \times 2,23 \times 10^{-5}$ rad = $1,0 \times 10^{-3}$ rad

(0,25 pt) Cette valeur est supérieure à $3,0 \times 10^{-4}$ rad, donc Huygens a pu distinguer Saturne de ses anneaux à travers sa lunette.

B. Prise en compte de la diffraction dans l'observation astronomique.

Q10. 1,25 pt en tout : Détails

$$\theta_{\text{diff}} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{a}$$

(0,25 pt) Pour Galilée : $\theta_{\text{diff}} = 1,22 \times \frac{550 \times 10^{-9}}{29,0 \times 10^{-3}} = 2,31 \times 10^{-5}$ rad

(0,5 pt) On a calculé précédemment que vu depuis la Terre $\theta = 2,23 \times 10^{-5}$ rad.

Donc $\theta_{\text{diff}} > \theta$, ce qui confirme qu'à cause du phénomène de diffraction Galilée ne pouvait pas distinguer Saturne de ses anneaux.

(0,5 pt) Pour Huygens : $\theta_{\text{diff}} = 1,22 \times \frac{550 \times 10^{-9}}{51,0 \times 10^{-3}} = 1,32 \times 10^{-5} \text{ rad} < \theta$ ainsi Huygens a pu observer les anneaux.

C. Découverte de Titan par Huygens.

Q11. (0,5 pt) Huygens a constaté plusieurs fois qu'il fallait 16 jours* pour revoir Titan au même point : il s'agit de la période de révolution de Titan autour de Saturne d'où l'idée de diviser sa trajectoire en 16 : une observation par jour à la même heure.

* le 25 mars et le 10 avril ; le 3 et le 19 avril ; le 13 et le 29.

Q12. (0,5 pt) $\vec{F}_{S/T} = G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{R^2} \cdot \vec{u}_n$ **(0,25 pt pour l'exp de la valeur ; 0,25 pour l'exp vectorielle)**

Q13. 1,75 pt Détails

Système : {Titan}

Référentiel : saturnocentrique considéré galiléen

Bilan des forces : force d'attraction gravitationnelle exercée par Saturne $\vec{F}_{S/T}$

(0,25 pt) D'après la deuxième loi de Newton $\sum \vec{F} = M_T \cdot \vec{a}$

(0,5 pt) Donc $\vec{F}_{S/T} = M_T \cdot \vec{a}$

Or $\vec{F}_{S/T} = G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{R^2} \cdot \vec{u}_n$ donc $G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{R^2} \cdot \vec{u}_n = M_T \cdot \vec{a}$ et $\vec{a} = G \cdot \frac{M_S}{R^2} \cdot \vec{u}_n$

Dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{u}_n + \frac{dv}{dt} \vec{u}_t$.

or d'après ce qui précède $\vec{a} = G \cdot \frac{M_S}{R^2} \cdot \vec{u}_n$

(0,25 pt) Donc $\frac{dv}{dt} = 0$ d'où $v = \text{cste}$ le mouvement est donc uniforme.

Expression de la vitesse : **(0,25 pt)** On a $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{u}_n$ et $\vec{a} = G \cdot \frac{M_S}{R^2} \cdot \vec{u}_n$ Donc $\frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{M_S}{R^2}$

(0,5 pt) donc $v^2 = \frac{G \cdot M_S}{R}$ et $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{R}}$

Q14. La vitesse étant constante, on peut écrire : $v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot R}{T_{\text{Kep}}}$ pour une révolution.

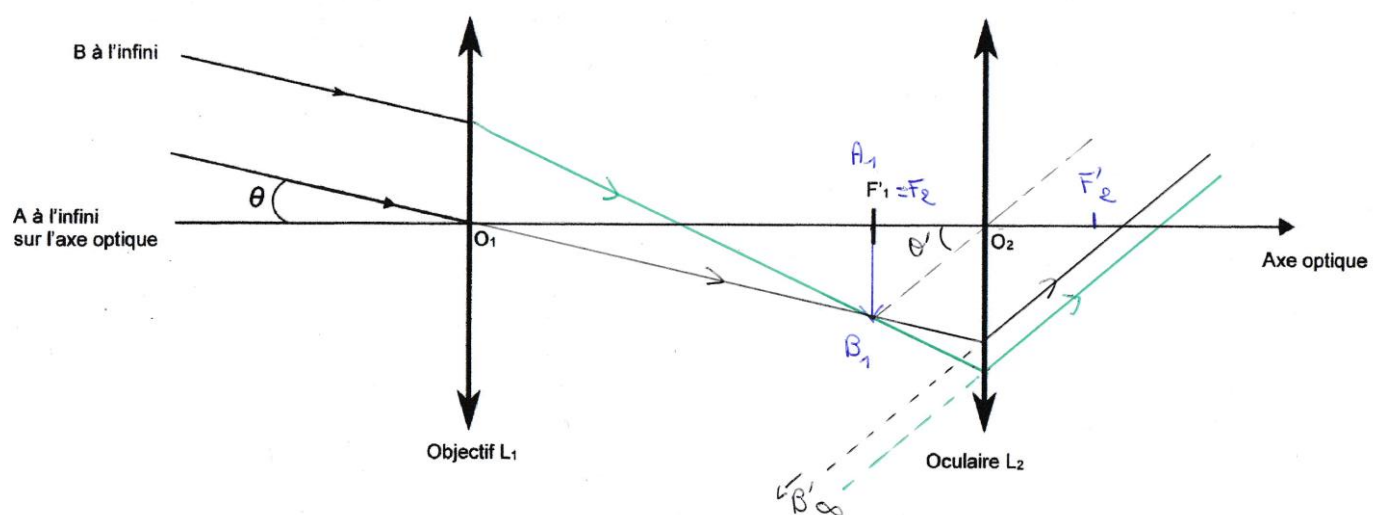
(0,5 pt) Donc $T_{\text{Kep}} = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2\pi \cdot R}{\sqrt{\frac{G \cdot M_S}{R}}}$ d'après la question Q13.

(0,25 pt) Ainsi, $T_{\text{Kep}} = \frac{2\pi \times 1,22 \times 10^6 \times 10^3 \text{ m}}{\sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \text{ SI} \times 5,68 \times 10^{26} \text{ kg}}{1,22 \times 10^6 \times 10^3 \text{ m}}}} = 1,38 \times 10^6 \text{ s}$

(0,25 pt) La valeur trouvée par Huygens était 15 jours, 23 heures et 13 minutes soit :

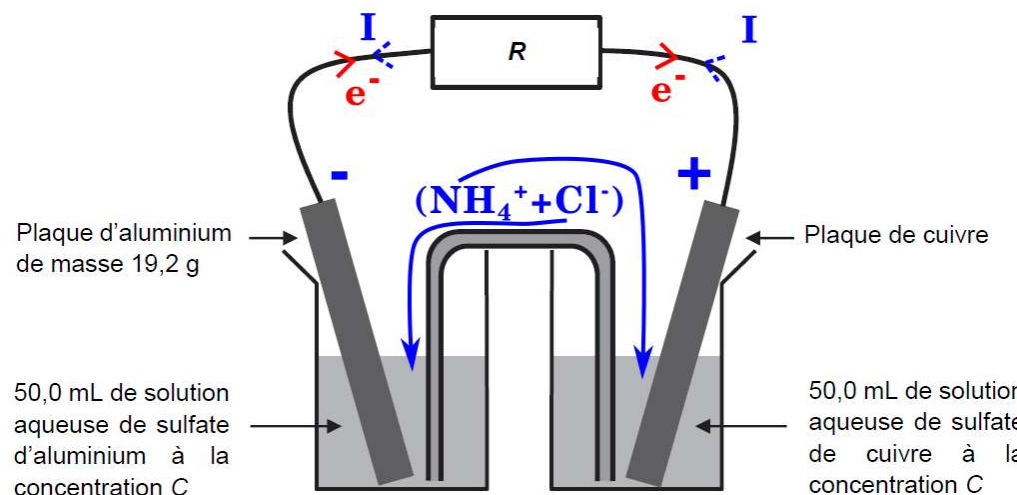
$15 \times 24 \times 3600 + 23 \times 3600 + 13 \times 60 = 1\,379\,580 \text{ s} = 1,38 \times 10^6 \text{ s}$ ce qui est (avec 3 CS) la même valeur que celle prédite par la mécanique de Newton.

ANNEXE questions Q2.,Q3.,Q5.

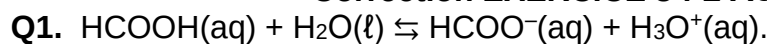


Vers B'

CORRECTION – ÉTUDE D'UNE PILE AU LABORATOIRE (6 POINTS)

	Construction de la pile au laboratoire	
Q1.	$Al_2(SO_4)_{3(s)} \rightarrow 2 Al_{(aq)}^{3+} + 3 SO_{4(aq)}^{2-}$	
	par un « bilan molaire » sur l'équation précédente $\frac{C}{1} = \frac{[Al^{3+}]}{2} = \frac{[SO_4^{2-}]}{3}$	0,25
	donc $[Al^{3+}] = 2C = 0,200 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ et $[SO_4^{2-}] = 3C = 0,300 \text{ mol} \cdot L^{-1}$	0,25
Q2.	comme la tension est positive et que la borne COM est relié à la demi-pile d'aluminium, celle-ci est la borne négative.	0,25
Q3.	 Plaque d'aluminium de masse 19,2 g 50,0 mL de solution aqueuse de sulfate d'aluminium à la concentration C Plaque de cuivre 50,0 mL de solution aqueuse de sulfate de cuivre à la concentration C	0,5
Q4.	anode oxydation pole – Al^{3+} / Al $(Al \rightleftharpoons Al^{3+} + 3e^-) \times 2$ cathode réduction pole + Cu^{2+} / Cu $(Cu^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons Cu) \times 3$ $3Cu^{2+} + 2Al \rightleftharpoons 3Cu + 2Al^{3+}$	0,5
Q5.	$Q_r = \frac{[Al^{3+}]^2 \times C^0}{[Cu^{2+}]^3} = \frac{0,2^2 \times 1,0}{0,1^3} = 40$	0,25
	$Q_r < K$, la réaction évolue de façon spontanée dans le sens direct	0,25
Q6.	En partant de l'équation $3Cu^{2+} + 2Al \rightleftharpoons 3Cu + 2Al^{3+}$, on voit que la concentration en ion aluminium augmente (formation d'ion Al^{3+})	0,25
	et la concentration en ion cuivre diminue (disparition des ions Cu^{2+})	
Q7.	pour garder chaque demi pile neutre (électro-neutralité),	0,25
	les ions chlorure Cl^- se déplacent vers la demi-pile d'aluminium	
	les ions ammonium NH_4^+ se déplacent vers la demi-pile de cuivre.	0,25
	Capacité électrique de la pile.	
Q8.	$n(Al) = \frac{m}{M} = \frac{19,2}{27,0} = 0,71 \text{ mol}$	0,25
	$n(Cu^{2+}) = C \times V = 0,100 \times 50 \times 10^{-3} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$	0,25

	$\frac{n(\text{Cu}^{2+})}{3} < \frac{n(\text{Al})}{2}$ bilan molaire : $\frac{5,0 \times 10^{-3}}{3} < \frac{0,71}{2}$ donc le cuivre est le réactif limitant $1,7 \times 10^{-3} \text{ mol} < 0,36 \text{ mol}$	0,25
	méthode du sisi acceptée ainsi que tout autre démarche cohérente.	
Q9.	$\text{Cu}^{2+} + 2e^{-} \rightleftharpoons \text{Cu}$	
	bilan molaire : $\frac{n(\text{Cu}^{2+})}{1} = \frac{n(e^{-})}{2} \rightarrow n(e^{-}) = 2n(\text{Cu}^{2+}) = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$	0,25
	$Q = n(e^{-}) \times N_A \times e = 1,0 \times 10^{-2} \times 6,02 \times 10^{23} \times 1,6 \times 10^{-19} = 965 \text{ C}$	0,25
	$1 \text{ mAh} \rightarrow 3,60 \text{ C}$ $Q \rightarrow 965 \text{ C}$ $Q = \frac{1 \times 965}{3,6} = 268 \text{ mAh}$	0,25
	les piles du commerce ont une capacité environ 10 fois supérieure à celle fabriquée au laboratoire.	0,25
Q10.	il faudrait augmenter la valeur de la concentration en ion cuivre Cu^{2+} pour augmenter la capacité de la pile.	0,25
		5

Correction EXERCICE 3 : L'ACIDE METHANOÏQUE (4 pts).

0,5

Q2. $K_A = 10^{-\text{p}K_A}$

0,25

Pour $\text{pH} = \text{p}K_A$, alors $[\text{HCOOH}] = [\text{HCOO}^-]$.

La figure 2 montre que $[\text{HCOOH}] = [\text{HCOO}^-]$ pour un volume versé de solution titrante égal à 5,5 mL. 0,25

À l'aide de la figure 1, on lit que pour ce volume alors $\text{pH} = 3,6$. 0,25

Donc $\text{p}K_A = 3,6$ et $K_A = 10^{-3,6} = 2,5 \times 10^{-4}$. 0,25

Q3. Les valeurs lues graphiquement peuvent être légèrement fausses.

La valeur tabulée est donnée à 25°C , or les solutions peuvent être à une température différente.

Il est possible que le pH-mètre soit mal étalonné. 0,25

Q4. $Q_r = = =$

0,5

D'après l'équation de la réaction $[\text{HCOO}^-] = [\text{H}_3\text{O}^+]$.

Et $[\text{HCOOH}] = c_A - [\text{HCOO}^-] = c_A - [\text{H}_3\text{O}^+]$

Donc $Q_r =$

0,25

Q5. $\tau_f \frac{x_f}{x_{\max}}$ (0,25) et $x_{\max} = c_A \times V$ d'où $x_f = \tau_f \cdot c_A \cdot V$ (0,25)

Donc $[\text{HCOO}^-]_f = [\text{H}_3\text{O}^+]_f = \frac{\tau_f \cdot c_A \cdot V}{V} = \tau_f \times c_A$ et (0,25)

$[\text{HCOOH}]_f = c_A - [\text{H}_3\text{O}^+]_f = c_A - \tau_f \times c_A = c_A (1 - \tau_f)$ (0,25)

Q6. $K_A = \frac{(\tau_f \cdot c_A)^2}{c_A(1-\tau_f) \cdot c^0} = \frac{\tau_f^2 \cdot c_A^2}{c_A(1-\tau_f) \cdot c^0} = \frac{\tau_f^2 \cdot c_A}{(1-\tau_f) \cdot c^0}$

0,5

Q7. Il faut remplacer A, B, C par leurs expressions.

$K_A = \frac{\tau_f^2 \cdot c_A}{(1-\tau_f) \cdot c^0} \Leftrightarrow K_A \cdot (1 - \tau_f) \cdot c^0 = \tau_f^2 \cdot c_A \Leftrightarrow K_A \cdot c^0 - K_A \cdot c^0 \cdot \tau_f = \tau_f^2 \cdot c_A \Leftrightarrow \tau_f^2 \cdot c_A + K_A \cdot c^0 \cdot \tau_f - K_A \cdot c^0 = 0$

Par analogie, $A = c_A$; $B = K_A \cdot c^0$ et $C = -K_A \cdot c^0$.

0,5

Pour le programme, on reprend les notations données alors $A = c_A$; $B = K_A \cdot c^0$ et $C = -K_A \cdot c^0$.

Q8. On ne retient pas la solution négative qui est chimiquement impossible.

$\tau_f = \tau_2 = 0,044 < 1$ donc l'acide méthanoïque est un acide faible. 0,5