

Correction EXERCICE : LES SUPERCONDENSATEURS (5 points)

1. Les valeurs usuelles des capacités des condensateurs utilisés en classe ou en électronique s'expriment en mF, μ F, nF ou pF ; soient des valeurs beaucoup plus petites que celle du supercondensateur (400 F).

2. D'après la formule, $C = \epsilon \cdot \frac{S}{d}$

Si la surface S augmente alors la capacité du condensateur augmente car S est au dénominateur, d'où il faudrait des armatures de très grandes surfaces

De même si la distance d séparant les deux armatures diminue alors la capacité augmente car d est au numérateur, d'où il faudrait des armatures très rapprochées.

Étude du modèle du circuit RC série

3. $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ et $i(t) = \frac{d(C \times u_C(t))}{dt} = C \times \frac{du_C(t)}{dt}$

4. D'après la loi des mailles : $u_R(t) + u_C(t) = E$

Or d'après la loi d'Ohm : $u_R(t) = R \times i(t) = RC \times \frac{du_C(t)}{dt}$

Donc l'équation différentielle s'écrit : $RC \times \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$ Avec $\tau = RC$ on peut écrire $\tau \times \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$

Ou $\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot u_C(t) = \frac{E}{\tau}$

5. $u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E$ donc $\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau} \cdot A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

On remplace dans l'équation différentielle : $-\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau} \cdot A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau} \cdot E = \frac{E}{\tau}$ c'est bien ce que l'on a trouvé pour l'équation différentielle

Pour $t = 0$ le condensateur est déchargé donc $u_C(0) = 0$

Donc $u_C(0) = A \cdot e^{0/\tau} + E = 0$ donc $A + E = 0$ d'où $A = -E$

La solution est donc : $u_C(t) = -E e^{-t/\tau} + E = E(1 - e^{-t/\tau})$

Étude expérimentale et détermination de la valeur de la capacité

6. Pour $t = \tau$ on a $u_C(\tau) = 0,63 \times E = 0,63 \times 2,5 = 1,58$ V

On reporte sur la courbe la valeur de $u_C(\tau)$ et on lit la valeur de τ sur l'axe des abscisses. $\tau = 833$ s or $R = 2,0 \Omega$

et $\tau = R \cdot C_1 \Leftrightarrow C_1 = \frac{\tau}{R} = \frac{833}{2,0} = 417$ F

7. $u(\bar{\tau}_2) = 1,175$ s que l'on arrondit par excès à un seul chiffre significatif soit 2 s donc

$814 - 2 = 812$ s $\leq \tau_2 \leq 814 + 2 = 816$ s

8. $\bar{\tau}_2 = R \times C_2 \Leftrightarrow C_2 = \frac{\bar{\tau}_2}{R} = \frac{814}{2,0} = 407$ F

$u(C_2) = C_2 \cdot \sqrt{\left(\frac{u(R)}{R}\right)^2 + \left(\frac{u(\bar{\tau}_2)}{\bar{\tau}_2}\right)^2} = 407 \times \sqrt{\left(\frac{0,1}{2,0}\right)^2 + \left(\frac{2}{814}\right)^2} = 21$ F

9. $Q = \frac{|C_2 - C_{réf}|}{u(C_2)} = \frac{|407 - 400|}{21} = 0,33 < 2$ LA valeur est donc en accord avec celle du fabricant.