

EXERCICES CH : LOI DE NEWTON

Exercice 1. Préparer un thé

La résistance d'une bouilloire convertit l'énergie électrique en énergie thermique et transfère cette énergie à l'eau qu'elle contient. Toutes les bouilloires sont munies d'un dispositif permettant de couper l'alimentation une fois que l'eau est à ébullition. Certains modèles sont dits à température réglable, ils disposent d'un capteur de température et permettent de chauffer l'eau jusqu'à une température de consigne.

Le but de l'exercice est d'étudier l'évolution de la température de l'eau après que le dispositif a coupé l'alimentation de la résistance de la bouilloire.

Caractéristiques de la bouilloire :

- puissance électrique : $2,0 \text{ kW}$ sous 230 V ;
- contenance : $1,7 \text{ L}$;
- masse totale : $1,0 \text{ kg}$;
- surface latérale : $S = 0,080 \text{ m}^2$;
- diamètre de la base : 15 cm ;
- diamètre du couvercle : $12,5 \text{ cm}$.



Évolution de la température de l'eau dans la bouilloire au cours du temps

Le système étudié est constitué de la bouilloire et d'un litre d'eau porté, à l'instant choisi comme origine des temps, à la température $T_i = 100^\circ \text{C}$.

Le système est ensuite laissé en contact avec le milieu extérieur considéré comme un thermostat à la température $T_0 = 20^\circ \text{C}$. La température externe de la bouilloire est supposée égale à chaque instant à la température de l'eau. On note $T(t)$ la température du système à l'instant t . On note C la capacité thermique du système {bouilloire + eau}. On modélise les transferts thermiques du système vers le milieu extérieur par la loi de Newton :

$$\phi = hS(T_0 - T(t))$$

avec :

- ϕ le flux thermique convectif exprimé en W ;
- h le coefficient d'échange convectif exprimé en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$;
- S est la surface latérale de la bouilloire (la base et le couvercle sont isolés et ont une contribution négligeable dans les pertes thermiques).

Q1. On souhaite effectuer le bilan d'énergie pour le système {eau + bouilloire} échangeant de l'énergie par un transfert thermique avec l'air extérieur entre les instants t et $t + \Delta t$. On suppose pour cela que Δt est petit devant la durée typique d'évolution de la température. Établir la relation suivante :

$$C \cdot (T(t + \Delta t) - T(t)) = hS(T_0 - T(t)) \cdot \Delta t$$

Q2. Établir, par passage à la limite $\Delta t \rightarrow 0$, l'équation différentielle vérifiée par la température T du système. Montrer qu'elle

peut se mettre sous la forme : $\frac{dT}{dt} = a(T_0 - T(t))$

Exprimer a en fonction de h , S et C .

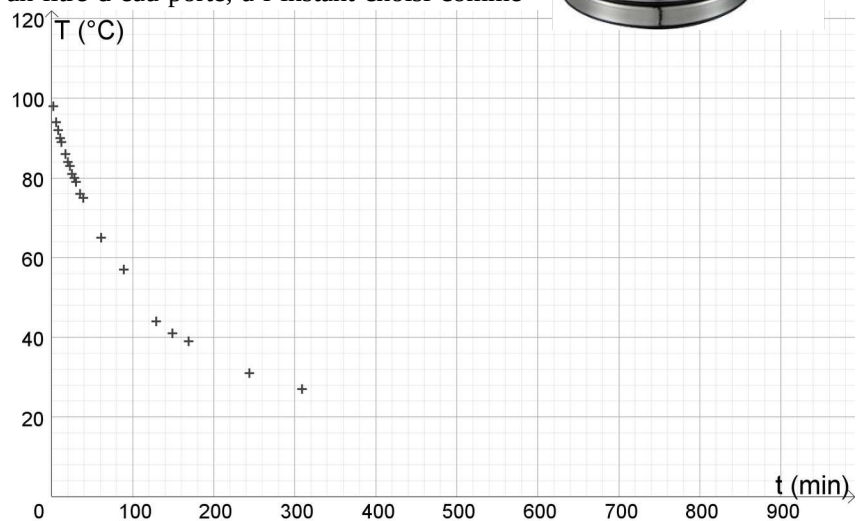
Q3. À partir de l'équation différentielle établie à la question précédente, expliquer qualitativement comment évolue la valeur absolue de la pente de la courbe représentant la température du système en fonction du temps lorsque l'eau de la bouilloire se refroidit.

Q4. Déterminer graphiquement la durée typique $\tau = \frac{1}{a}$ en faisant apparaître la démarche sur le graphique.

Q5. Indiquer, en justifiant les réponses, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

- 5.1. La durée τ sera d'autant plus grande que la quantité d'eau dans la bouilloire est faible.
- 5.2. La durée τ diminue si on place la bouilloire sur le rebord d'une fenêtre en hiver (5°C).
- 5.3. Si le système se trouve dans une pièce fortement ventilée, alors la durée typique τ sera plus faible.

Q6. Pour consommer un thé Oolong, il est recommandé de débiter l'infusion avec une eau à 90°C . Ne disposant pas d'une bouilloire à température réglable, on fait bouillir 1 litre d'eau dans la bouilloire.



Évaluer la durée du refroidissement du système {bouilloire + eau} de 100 °C à 90 °C pour que la préparation soit réussie.

Exercice 2. La congélation de l'eau

Dans cet exercice, on souhaite estimer la durée nécessaire pour que toute l'eau d'un bac à glaçons, placée dans un congélateur, soit transformée en glace. L'eau est initialement à la température ambiante. On distingue deux phases au processus.

(phase a) : Le refroidissement de l'eau de la température ambiante (T_a) à la température de solidification (T_s).

(phase b) : Le changement d'état de l'eau qui s'effectue à température constante (T_s).

Dans l'ensemble de l'exercice, le système étudié {eau} est l'eau placée dans le bac à glaçons. L'énergie reçue par le système est comptée positivement, celle perdue est comptée négativement.

Données

- Masse d'eau à congeler : $m = 150 \text{ g}$
- Température ambiante : $T_a = 23,0 \text{ °C}$
- La température de solidification de l'eau à la pression atmosphérique T_s est supposée connue du candidat.
- Capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_{\text{eau}} = 4185 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Partie 1. Généralités

1.1 Préciser le sens dans lequel se font les transferts thermiques entre le système {eau} et l'air du congélateur. En déduire le signe de l'énergie échangée sous forme de transfert thermique Q entre le système et l'air du congélateur.

1.2 Indiquer si le changement d'état de l'eau (phase b) est une transformation *endothermique* ou *exothermique*.

1.3 Donner l'expression de la variation de l'énergie interne ΔU du système {eau} durant la phase de refroidissement (phase a) en fonction de la variation de sa température ΔT , de sa masse m et de sa capacité thermique massique c_{eau} .

Partie 2. Première estimation de la durée de congélation à l'aide de la puissance du dispositif de refroidissement du congélateur

Dans le congélateur, un dispositif de refroidissement permet de prélever de l'énergie à l'air de la cavité intérieure du congélateur, l'air prélevant de l'énergie à l'eau placée dans le bac à glaçons. Dans cette partie, on prend pour hypothèse que l'énergie prélevée par unité de temps à l'eau est égale à la puissance du dispositif de refroidissement du congélateur, qui vaut 40 W.

2.1 À l'aide du premier principe de la thermodynamique, montrer que l'énergie échangée par l'eau avec l'air, sous forme de transfert thermique Q , au cours du refroidissement (phase a) a pour valeur -14,4 kJ.

2.2 Estimer la durée nécessaire pour que cette énergie soit prélevée par le dispositif de refroidissement du congélateur.

Pour le changement d'état de l'eau, le même raisonnement conduit à estimer que la durée nécessaire pour que toute l'eau soit transformée en glace est de 1250 secondes soit environ 21 minutes. Or, la réalisation de l'expérience fait apparaître une durée nécessaire pour la congélation complète de l'eau de l'ordre d'une heure. Pour expliquer cet écart, on envisage un autre modèle.

Partie 3. Deuxième estimation de la durée de congélation avec la loi phénoménologique de Newton

On fait l'hypothèse que l'air à l'intérieur du congélateur joue le rôle d'un thermostat, sa température T_{th} restant constante. Les transferts thermiques entre le système {eau} et l'air intérieur du congélateur (mis en mouvement par une ventilation) peuvent être décrit par la loi de Newton. Cette loi lie le flux thermique échangé Φ (en W) à l'écart de température entre l'air (T_{th}) et le système (T) et à la surface d'échange S :

$$\Phi = -h.S.(T - T_{\text{th}})$$

Pendant la phase de refroidissement (phase a), la température T du système {eau} n'est pas constante. Pour pouvoir estimer la durée nécessaire au refroidissement, il convient de modéliser son évolution temporelle.

Données

- Température de l'air dans l'espace intérieur du congélateur : $T_{\text{th}} = -18,0 \text{ °C}$
- La valeur du produit $h.S$ est estimée à : $h.S = 0,92 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$

3.1 La loi de Newton permet d'estimer les valeurs du flux thermique entre l'eau et l'air au début ($T = T_a$) et à la fin ($T = T_s$) de la phase de refroidissement :

$$\Phi(T_a) = -38 \text{ W} \text{ et } \Phi(T_s) = -17 \text{ W}$$

Comparer ces valeurs à la puissance du système de refroidissement du congélateur.

Discuter de ce qu'apporte ce modèle par rapport à celui utilisé lors de la première estimation.

3.2 Donner l'expression reliant l'énergie échangée sous forme de transfert thermique Q entre l'air et l'eau pendant une durée Δt très petite, le flux thermique Φ , supposé constant pendant cette durée, et la durée Δt .

3.3 À l'aide du premier principe de la thermodynamique et de la loi de Newton, dans le cas où Δt tend vers 0, montrer que l'évolution temporelle de la température de l'eau est régie par :

$$\frac{dT}{dt} = -r.(T - T_{\text{th}}).$$

Exprimer le coefficient r en fonction de h , S , m et c_{eau} , préciser sa valeur et son unité.

Dans les conditions de l'expérience, la solution de cette équation différentielle est :

$$T(t) = (T_a - T_{\text{th}}).e^{-rt} + T_{\text{th}}$$

3.4 Dédurre de cette modélisation, une estimation de la durée nécessaire pour refroidir l'eau liquide lors de la première phase du processus (phase a). Comparer avec la première étude. Conclure.

Exercice 3. Cave à vin (5 points)

Déguster un vin à la bonne température est essentiel pour pouvoir en apprécier les saveurs gustatives et odorantes : un vin trop tiède n'est pas agréable ; un vin trop froid voit ses arômes masqués par l'alcool. Pour pouvoir servir les vins à la bonne température, on utilise des caves à vin.

On s'intéresse à une bouteille de vin rouge léger dont la température idéale de service est de 13° C. Initialement, cette bouteille et son contenu sont à une température voisine de 22° C. On place cette bouteille dans la cave à vin afin d'optimiser sa dégustation. L'air à l'intérieur de la cave à vin joue le rôle d'un thermostat. Sa température T_{air} demeure constante et égale à 13 °C.

Partie 1 . Evolution de la température – Durée du refroidissement

On s'intéresse à l'évolution de la température T du système {vin + bouteille} placé dans le thermostat. Le système {vin + bouteille} est immobile. L'air de la cave à vin est ventilé. On désigne par Q le transfert thermique entre l'air et le système, et par Φ le flux thermique correspondant, c'est-à-dire le transfert thermique par unité de temps. Le transfert thermique et le flux thermique sont comptés positivement si le transfert thermique a lieu de l'air vers le système. On fait l'hypothèse que le flux thermique Φ vérifie la loi phénoménologique de Newton.

Doc 1. Loi phénoménologique de Newton

Lorsqu'un système incompressible de température T est placé dans un fluide en écoulement à la température T_a , il s'établit un flux thermique entre le thermostat et le système proportionnel à l'écart de température ($T - T_a$).

On peut alors écrire : $\Phi = -h \times S \times (T - T_a)$

S est la surface d'échange entre le système et le thermostat (en m^2) ;

h est le coefficient d'échange convectif (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$).

Doc 2. Données

- Surface d'échange entre la bouteille et l'air : $S = 4,66 \times 10^{-2} \text{ m}^2$
- Coefficient d'échange convectif : $h = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
- Capacité thermique du système {vin + bouteille} : $C = 3,25 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1}$
- $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$

1.1 À l'aide du premier principe de la thermodynamique, relier la variation d'énergie interne ΔU du système {vin + bouteille} au transfert thermique Q entre l'air et le système.

1.2 Exprimer le transfert thermique Q pendant une durée très petite Δt en fonction du flux thermique supposé constant pendant cette durée et de Δt . Rappeler les unités, dans le système international, des grandeurs intervenant dans cette expression.

La variation d'énergie interne d'un système incompressible au repos dont la température varie de ΔT est donnée par la relation $\Delta U = C \times \Delta T$ (C est la capacité thermique du système).

1.3 Exprimer le flux thermique Φ en fonction de la capacité thermique C du système supposé incompressible, de sa variation de température ΔT et de la durée Δt .

1.4 En utilisant la loi phénoménologique de Newton, et en faisant tendre Δt vers 0, vérifier que l'équation différentielle qui régit l'évolution de la température T

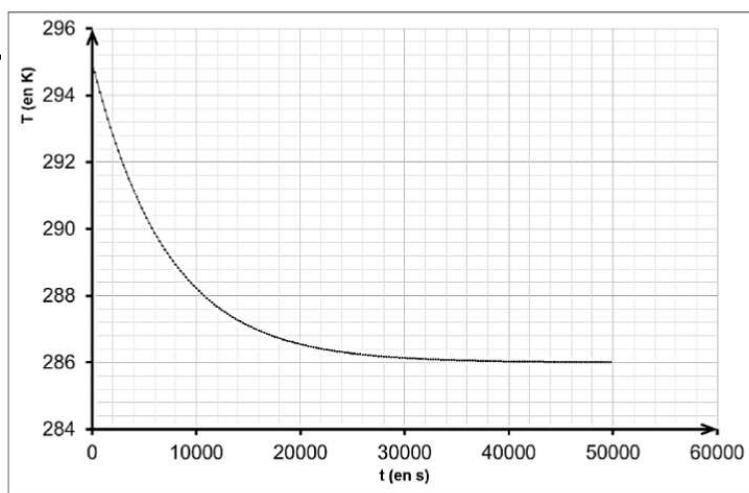
$$\text{s'écrit : } \frac{dT}{dt} = \frac{-1}{\tau} (T - T_{\text{air}})$$

En déduire l'expression et l'unité de τ .

Le modèle d'évolution temporelle de la température du système {vin + bouteille}, solution de l'équation différentielle, est le suivant :

$$T(t) = (T_0 - T_{\text{air}}) e^{-\frac{t}{\tau}} + T_{\text{air}}$$

Cette évolution temporelle de la température $T(t)$ est représentée ci-contre :



1.5 Retrouver à l'aide des résultats de la modélisation les valeurs de T_0 et de T_{air} .

1.6 Estimer graphiquement au bout de combien de temps le vin pourra être servi à la température souhaitée (à 0,5 degré près)

correction des exercices du chapitre de