

# EXERCICE SUR L'INCERTITUDE

## Document 1 : Incertitude sur un mesurage.

On rappelle les différentes formules intervenant dans la détermination de l'incertitude sur le résultat du mesurage d'un ensemble de  $n$  valeurs  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  :

$$\text{Écart-type : } \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$\text{Incertitude-type sur la moyenne : } u(\bar{x}) = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

$$\text{Incertitude élargie sur la moyenne : } U(\bar{x}) = k \cdot u(\bar{x}),$$

avec :  $k = 1$  pour un niveau de confiance de 68 % ;  
 $k = 2$  pour un niveau de confiance de 95 % ;  
 $k = 3$  pour un niveau de confiance de 98 % ;

### Exercice 1. Incertitude sur la concentration de vinaigre

10 groupes d'élèves ont dosé la concentration massique de vinaigre (acide acétique) dans un vinaigre blanc commercial dont la concentration commerciale indique  $C_{\text{com}} = 58,5 \text{ g.L}^{-1}$ . Leurs résultats sont présentés dans le tableau ci-dessus.

groupes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentrations mesurées par les groupes ( $\text{g.L}^{-1}$ )	58,2	59,1	57,9	58,5	58,8	59,0	58,3	57,7	58,6	58,4

### Questions :

- Q1.** Déterminer l'incertitude élargie (pour un niveau de confiance de 95 %) sur la mesure de la concentration de vinaigre.
- Q2.** En déduire l'intervalle dans lequel devrait se situer le résultat du mesurage de la concentration avec un niveau de confiance de 95 %. Conclure.

### Exercice 2. Incertitude sur le pourcentage massique d'or dans un bijou

Un orfèvre analyse à 10 reprises un lingot afin de déterminer sa pureté. Il mesure expérimentalement le pourcentage massique d'or ( $w$ ) dans un bijou en utilisant une méthode de dissolution et de dosage. Leurs résultats (en %) sont présentés dans le tableau ci-dessous :

mesures	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pourcentages massiques d'or mesurés $w$ (%)	74,2	75,1	74,8	74,5	74,9	75,0	74,3	74,7	74,6	74,4

Le carat représente un pourcentage massique en or. Un carat correspond à 1 vingt-quatrième d'or.

- Q1.** Déterminer l'incertitude élargie (pour un niveau de confiance de 95 %) sur la mesure du pourcentage massique d'or dans le bijou.
- Q2.** En déduire l'intervalle dans lequel devrait se situer le résultat du mesurage du pourcentage massique d'or avec un niveau de confiance de 98 %.
- Q3.** Le bijou est censé être en or 18 carats. Le résultat expérimental est-il cohérent avec cette valeur théorique ? Justifier.

### Exercice 3. Incertitude sur la masse de cuivre dans une pièce de 10 centimes

La masse de cuivre théorique dans une pièce de 10 centimes est de 265 mg. Un groupe d'élèves a réalisé un dosage par titrage pour déterminer cette masse expérimentalement. Après plusieurs mesures, ils obtiennent une masse expérimentale moyenne de  $m_{\text{exp}}=263 \text{ mg}$ .

#### Données expérimentales et incertitudes :

- **Le volume à l'équivalence :**  $V_{eq} = 12,5 \text{ mL} \pm 0,1 \text{ mL}$  )
- **Le volume prélevé :**  $V_A = 10,0 \pm 0,02 \text{ mL}$
- **Le volume total de la solution :**  $V_{\text{total}}=250 \text{ mL}$
- **Incertitude sur le volume total de la solution :**  $U(V_{\text{total}})=1 \text{ mL}$

**Relation d'incertitude :** L'incertitude relative sur la masse expérimentale de cuivre est donnée par :

$$\frac{U(m_{\text{exp}})}{m_{\text{exp}}} = \sqrt{\left(\frac{U(V_{eq})}{V_{eq}}\right)^2 + \left(\frac{U(V_A)}{V_A}\right)^2 + \left(\frac{U(V_{\text{total}})}{V_{\text{total}}}\right)^2}$$

**Q1.** Calculer l'incertitude absolue  $U(m_{\text{exp}})$  sur la masse expérimentale.

**Q2.** Proposer un encadrement de la masse expérimentale.

**Q3.** Conclure quant à la teneur en cuivre de la pièce.

## correction des exercices sur l'incertitude

### Exercice 1. Incertitude sur la concentration de vinaigre

Q1. Donc  $C=58,5 \text{ mg.L}^{-1}$  et  $\sigma=0,45 \text{ g.L}^{-1}$

$$u(C) = k \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{2 \times 0,45}{\sqrt{10}} = 0,28 \text{ g.L}^{-1}$$

$$\bar{C} + U(C) < \bar{C} < C - U(C)$$

Q2.  $58,45 + 0,28 < C < 58,45 - 0,28$  on est en accord avec solution préparée à  $58,5 \text{ g.L}^{-1}$ .

$$58,73 \text{ g.L}^{-1} < C < 58,17 \text{ g.L}^{-1}$$

### Exercice 2. Incertitude sur le pourcentage massique d'or dans un bijou

Q1. Donc  $w=74,65 \%$  et  $\sigma=0,29 \%$

$$u(C) = k \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{3 \times 0,29}{\sqrt{10}} = 0,28 \%$$

$$\bar{w} + U(w) < w < \bar{w} - U(w)$$

Q2.  $74,65 + 0,28 < w < 74,65 - 0,28$

$$74,93 \% < w < 74,37 \%$$

Q3. on n'est pas en accord avec la législation pour un bijou de 18 carats, car  $\frac{18}{24} = 75 \%$ . Cette valeur est en dehors de l'intervalle.

### Exercice 3. Incertitude sur la masse de cuivre dans une pièce de 10 centimes

$$\frac{U(m_{\text{exp}})}{m_{\text{exp}}} = \sqrt{\left(\frac{U(V_{\text{eq}})}{V_{\text{eq}}}\right)^2 + \left(\frac{U(V_A)}{V_A}\right)^2 + \left(\frac{U(V_{\text{total}})}{V_{\text{total}}}\right)^2}$$

$$\text{Q1. } \sqrt{\left(\frac{0,1 \times 10^{-3}}{12,5 \times 10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{0,02 \times 10^{-3}}{10,0 \times 10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{1 \times 10^{-3}}{250 \times 10^{-3}}\right)^2} \quad \frac{U(m_{\text{exp}})}{m_{\text{exp}}} \approx 0,021 \rightarrow U(m_{\text{exp}}) = 0,021 \times 263 = 5,5 \text{ mg}$$

$$\frac{U(m_{\text{exp}})}{m_{\text{exp}}} \approx 0,021$$

$$m_{\text{exp}} + U(m_{\text{exp}}) < m_{\text{exp}} < m_{\text{exp}} - U(m_{\text{exp}})$$

Q2.  $263 + 5,5 < m_{\text{exp}} < 263 - 5,5$

$$268,5 \text{ mg} < m_{\text{exp}} < 257,5 \text{ mg}$$

Q3. la pièce de cuivre respecte bien la réglementation en vigueur puisque la valeur théorique de 265 mg est comprise dans l'intervalle.